

АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

АЭРОДИНАМИКА И ПРОЦЕССЫ ТЕПЛООБМЕНА ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 629.76.015.3

ГРАНИЦЫ БЕЗОТРЫВНОГО ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ С НОСОВОЙ ЧАСТЬЮ В ВИДЕ ПОЛУКАВЕРНЫ РЯБУШИНСКОГО

Кузнецов Е.Н., Лунин В.Ю.* , Панюшкин А.В.** , Чернышев И.Л.

*Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского,
ЦАГИ, ул. Жуковского, 1, Жуковский Московской области, 140180, Россия*

** e-mail: lunin@tsagi.ru*

*** e-mail: panyushkin@tsagi.ru*

Приведены результаты расчетного исследования пакетом программ NUMECA FINE/Open обтекания околозвуковым потоком газа тела вращения с носовой частью в виде полукаверны Рябушинского удлинением $\lambda = 0.87$ и 1.8 при углах атаки $\alpha \neq 0$. Получены значения углов атаки $\alpha_{отр}$, при которых происходит отрыв турбулентного потока газа с поверхности обтекаемых тел при числах Маха набегающего потока $0.5 \leq M_\infty \leq 0.95$.

Ключевые слова: полукаверна Рябушинского, тело вращения, околосзвуковое обтекание, пограничный слой.

Критическое число Маха при обтекании тела вращения заданной длины и объема достигает максимального значения, когда тело образовано двумя соосными дисками, поставленными поперек набегающего потока газа и соединенными поверхностью тока, в каждой точке которой реализуется скорость звука. Это осесимметричный случай исследованных в работе [1] оптимальных по критическому числу Маха тел. Аналогом этого течения в несжимаемой жидкости является так называемое течение Рябушинского, в котором область постоянного давления за диском, поставленным поперек потока, замыкается на симметричном относительно плоскости миделевого сечения каверны «отраженном» диске [2, 3].

На основании вариационного принципа Рябушинского [4], развитого Фридрихсом [5], в работах [6, 7] была доказана теорема существования осесимметричных течений типа Рябушинского, причем из этой теоремы в качестве предельного частного случая вытекает решение задачи об обтекании осесимметричного тела с бесконечной каверной (кирхгофского типа) [8]. В качестве подтверждения надежности результатов расчета обтекания потоком несжимаемой жидкости различных тел вращения, в том числе рассчитанных по схеме Рябушинского, можно привести работы [9—11].

В результате экспериментальных исследований, проведенным в АДТ Т-112 ЦАГИ [12], было обнаружено, что носовая часть тела вращения, образо-

ванная из половины (до миделевого сечения) каверны Рябушинского с плоским затуплением, координаты которой были получены при решении задачи струйного обтекания тела вращения вихрепотенциальным потоком несжимаемой жидкости [11, 13], обладает оптимальными аэродинамическими характеристиками в диапазоне чисел Маха набегающего потока $0.8 \leq M_\infty \leq 0.97$ при углах атаки $0 \leq \alpha \leq 10^\circ$ (рис. 1–3).

В этой работе, наряду с носовыми частями в виде полукаверны Рябушинского, исследовались также используемые на летательных аппаратах носовые части степенной и параболической формы, обладающие низким лобовым сопротивлением в околозвуковом диапазоне обтекания. Все исследуемые носовые части одинакового удлинения

$$\lambda = L / D = 0.87,$$

где L — длина носовой части;

D — диаметр ее миделя, соединялись с цилиндром при общем удлинении $\Lambda = 3.5$.

Важность подробного исследования носовых частей в виде полукаверны Рябушинского также показана в работе [14], где экспериментальным путём выявлена положительная интерференция между такой носовой частью и корпусом гражданского пассажирского самолета. При проектировании летательных аппаратов также важно помнить, что наличие отрывов потока значительно влияет на аэродинамические характеристики как отдельных элементов, так и летательного аппарата в целом [15, 16]. В работе [17] посредством численного исследования показано отсутствие отрыва турбулентного пограничного слоя с поверхности полукаверны Рябушинского с плоским затуплением при нулевом угле атаки во всем дозвуковом и околозвуковом диапазоне чисел Маха вплоть до $M_\infty = 0.95$.

Целью настоящей работы является численное исследование обтекания указанной выше модели с носовой частью в виде полукаверны Рябушинского относительного удлинения $\lambda = 0.87$ и 1.8 в диапазоне чисел Маха $0.8 \leq M_\infty \leq 0.95$ при ненулевых

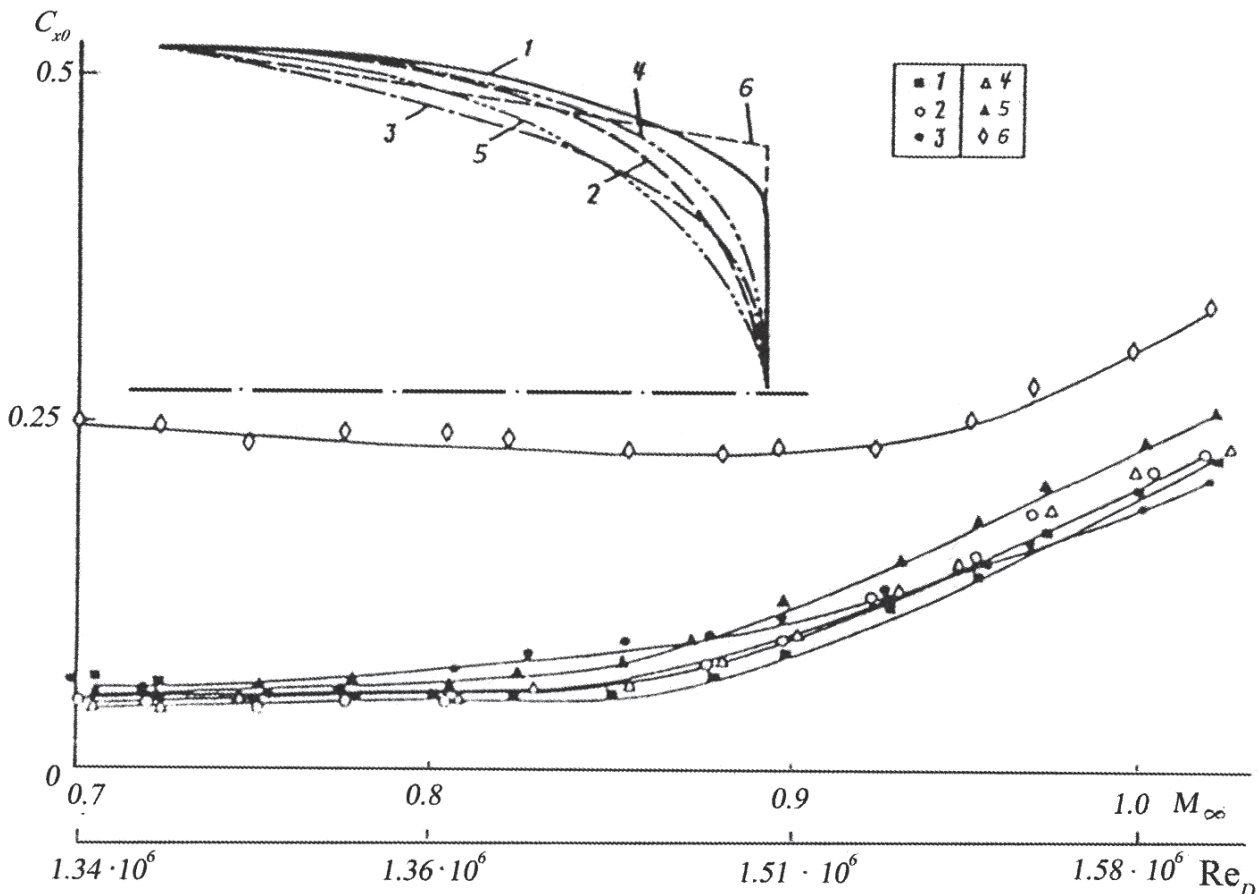


Рис. 1. Форма носовых частей и зависимость коэффициента лобового сопротивления от числа Маха набегающего потока при нулевом угле атаки: ■ — носовая часть с плоским затуплением; ○ — носовая часть со сферическим затуплением; ● — степенная носовая часть с показателем степени образующей $n = 0.3$; △ — параболическая носовая часть $n = 0.3$; ▲ — параболическая носовая часть $n = 0.5$; ◇ — усеченный конус; Re_D — значения числа Рейнольдса, отнесенные к диаметру миделя носовой части

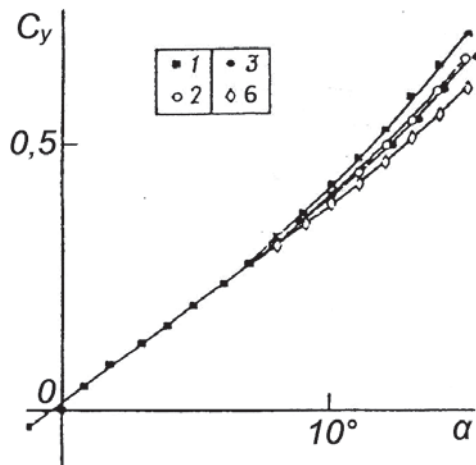


Рис. 2. Коэффициент аэродинамической подъемной силы при $M_\infty = 0.958$. Здесь и на рис. 3 обозначения такие же, как на рис. 1

углах атаки и определение значений углов отрыва $\alpha_{отр}$ турбулентного пограничного слоя.

Численное исследование выполнено в рамках осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье—Стокса пакетом программ NUMECA FINE/Open [18]. Расчеты проведены для половины модели, на гексаэдральной неструктурированной (декартовой) сетке, количество ячеек в которой достигало $20 \cdot 10^6$. Толщина пограничного слоя, высота первой ячейки и количество пристеночных слоев выбирались исходя из обеспечения значения безразмерного параметра разрешения сетки в пограничном слое $Y^+ \leq 1$. Расчеты проведены в рамках модели полностью турбулентного течения, без учета ламинарно-турбулентного перехода, с применением полуэмпирических моделей турбулентности Spalart-Allmaras (SA) [19] и $k-\omega$ SST [20]. Эти модели турбулентности хорошо зарекомендовали себя для промышленных расчетов в аэрокосмической отрасли и показывают неплохие результаты для большинства прикладных задач [21, 22].

Для определения границ безотрывного обтекания проводился расчет в стационарной постановке при различных углах атаки, при этом показателем отрыва потока является наличие на поверхности исследуемой модели зоны, где коэффициент трения $C_f < 0$. В качестве примера рассмотрено обтекание модели с носовой частью Рябушинского удлиненным $\lambda = 0.87$, соединенной с цилиндром, при общем удлинении $\Lambda = 3.5$, потоком газа с числом Маха $M_\infty = 0.9$. На рис. 4 показано распределение коэффициента трения C_f по поверхности модели в двух плоскостях среза: вертикальной (верхняя и нижняя поверхности) и горизонтальной (боковая

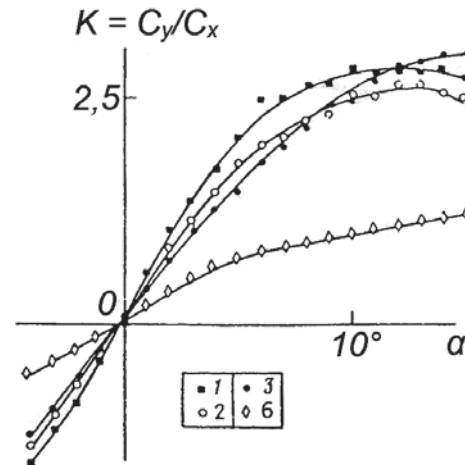


Рис. 3. Аэродинамическое качество при $M_\infty = 0.957$

поверхность) в случае обтекания с углом атаки $\alpha = 4^\circ$. На этом рисунке представлены результаты расчета с использованием модели турбулентности SA (рис. 4,а) и $k-\omega$ SST (рис. 4,б), оба графика показывают отсутствие отрыва потока с поверхности модели.

На рис. 5 представлены зависимости коэффициента трения, но для случая обтекания модели с углом атаки $\alpha = 6^\circ$, откуда видно, что на верхней поверхности происходит срыв потока.

На рис. 6 показаны зоны отрыва пограничного слоя на поверхности тела при обтекании с числом Маха $M_\infty = 0.9$ и углом атаки $\alpha = 5^\circ$, рассчитанные с помощью двух рассмотренных моделей турбулентности, а также представлено распределение коэффициента трения C_f по верхней поверхности.

Как видно из данного рисунка, положения отрывной зоны на рис. 6,а и б близки, хотя и модель турбулентности SA показывает меньший её размер, что говорит о некотором «затягивании» отрыва этой моделью турбулентности, что подтверждает аналогичное замечание, сделанное в [21]. С учетом того что модель турбулентности SA, при практически одинаковых результатах с моделью $k-\omega$, потребляет меньше вычислительных ресурсов и обладает лучшей сходимостью решения, подавляющее большинство расчетов в настоящей работе выполнено с применением модели турбулентности Spalart-Allmaras. Сравнение полученных с использованием модели SA и модели $k-\omega$ значений углов атаки, при которых начинается отрыв пограничного слоя, показывает, что разница не превышает 1° .

В табл. 1 приведены полученные в результате описанных выше численных исследований значения углов атаки $\alpha_{отр}$, при которых происходит отрыв потока, с указанием места его расположения.

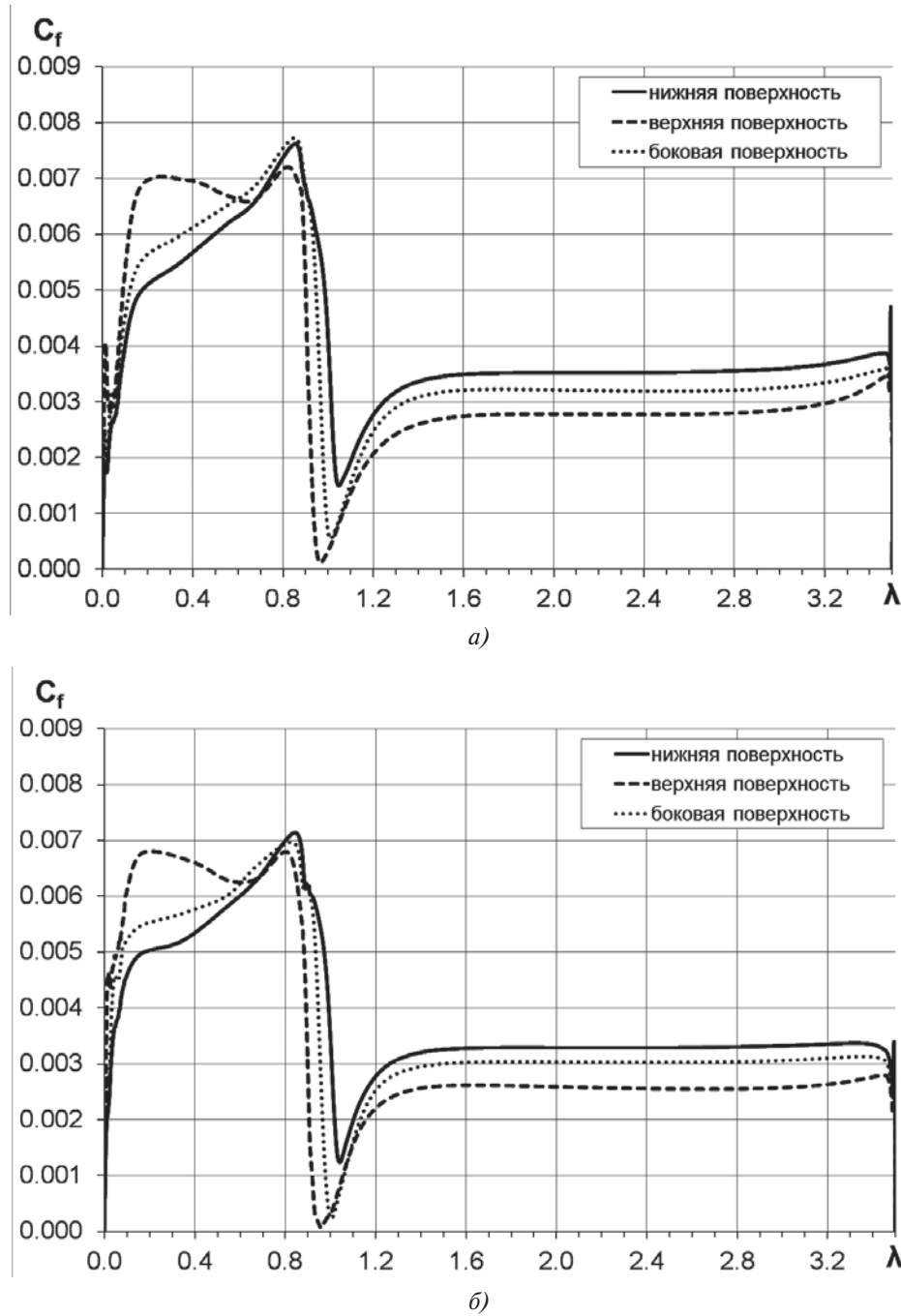


Рис. 4. Распределение коэффициента трения C_f по длине модели ($M = 0.9$, $\alpha = 4^\circ$, $Re_D = 1.44 \cdot 10^6$). Модели турбулентности: *а* — Spalart-Allmaras; *б* — $k-\omega$ SST

Далее исследование места расположения отрывной зоны было проведено для модели с носовой частью в виде полукаверны Рябушинского с удлинением $\lambda = 1,8$, сопряженной с цилиндром, при общем удлинении $\Lambda = 6$, поскольку, согласно результатам работ [23, 24], оптимальные по лобовому сопротивлению носовые части при $\lambda > 2$, вследствие влияния трения и положения линии перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный, перестают быть таковыми в диапазоне чисел Рейнольдса, отнесенных к миделю носовой части,

$Re_D = (0.5-14) \cdot 10^6$ в околосзвуковом потоке газа. Возникновение отрыва также фиксировалось путем анализа распределение коэффициента трения по поверхности модели.

В табл. 2 приведены полученные в результате численных исследований значения углов атаки $\alpha_{отр}$, при которых происходит отрыв потока, с указанием места его расположения.

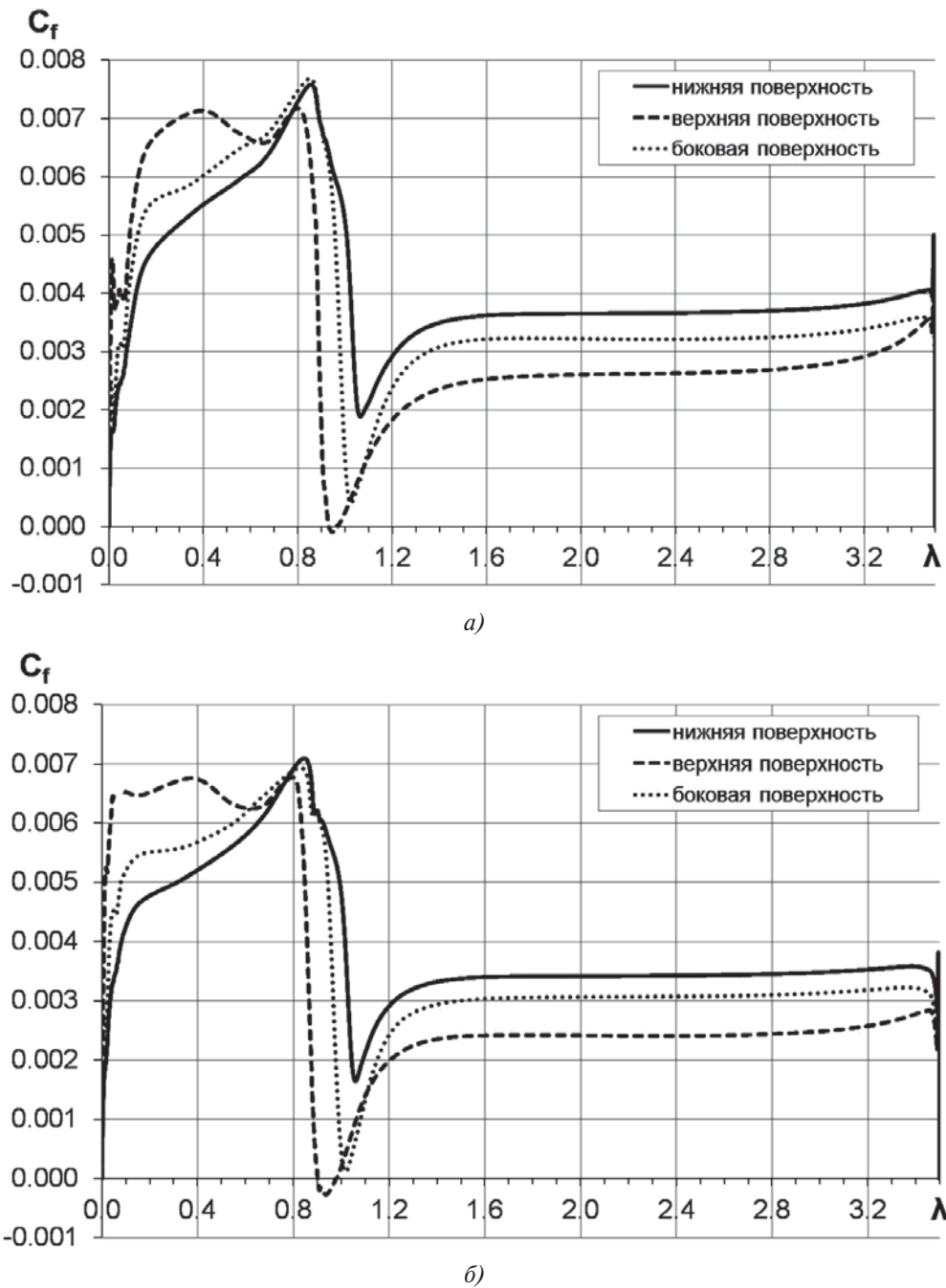


Рис. 5. Распределение коэффициента трения C_f по длине модели ($M = 0.9$, $\alpha = 6^\circ$, $Re_D = 1.44 \cdot 10^6$). Модели турбулентности: а — Spalart-Allmaras; б — $k-\omega$ SST

Выводы

В результате расчетного исследования обтекания турбулентным потокам газа тела вращения с носовой частью в виде полукаверны Рябушинского с плоским затуплением получены значения углов атаки, при которых происходит отрыв пограничного слоя с поверхности обтекаемого тела в диапазоне чисел Маха набегающего потока $0.5 \leq M_\infty \leq 0.95$.

Библиографический список

1. *Gilbarg D., Shiffman M.* On bodies achieving extreme values of the critical Mach number // *Journal of Rational Mechanics and Analysis*. 1954. Vol. 3. No. 2. Pp. 209-230.
2. *Биркгоф Г., Сарантонелло Э.* Струи, следы и каверны. — М.: Мир, 1964. — 466 с.
3. *Riabouchinsky D.* On steady fluid motions with free surfaces // *Proceeding of the London Mathematical Society*. 1921. Vol. s2-19. Issue 1, pp. 206-215. DOI: 10.1112/plms/s2-19.1.206

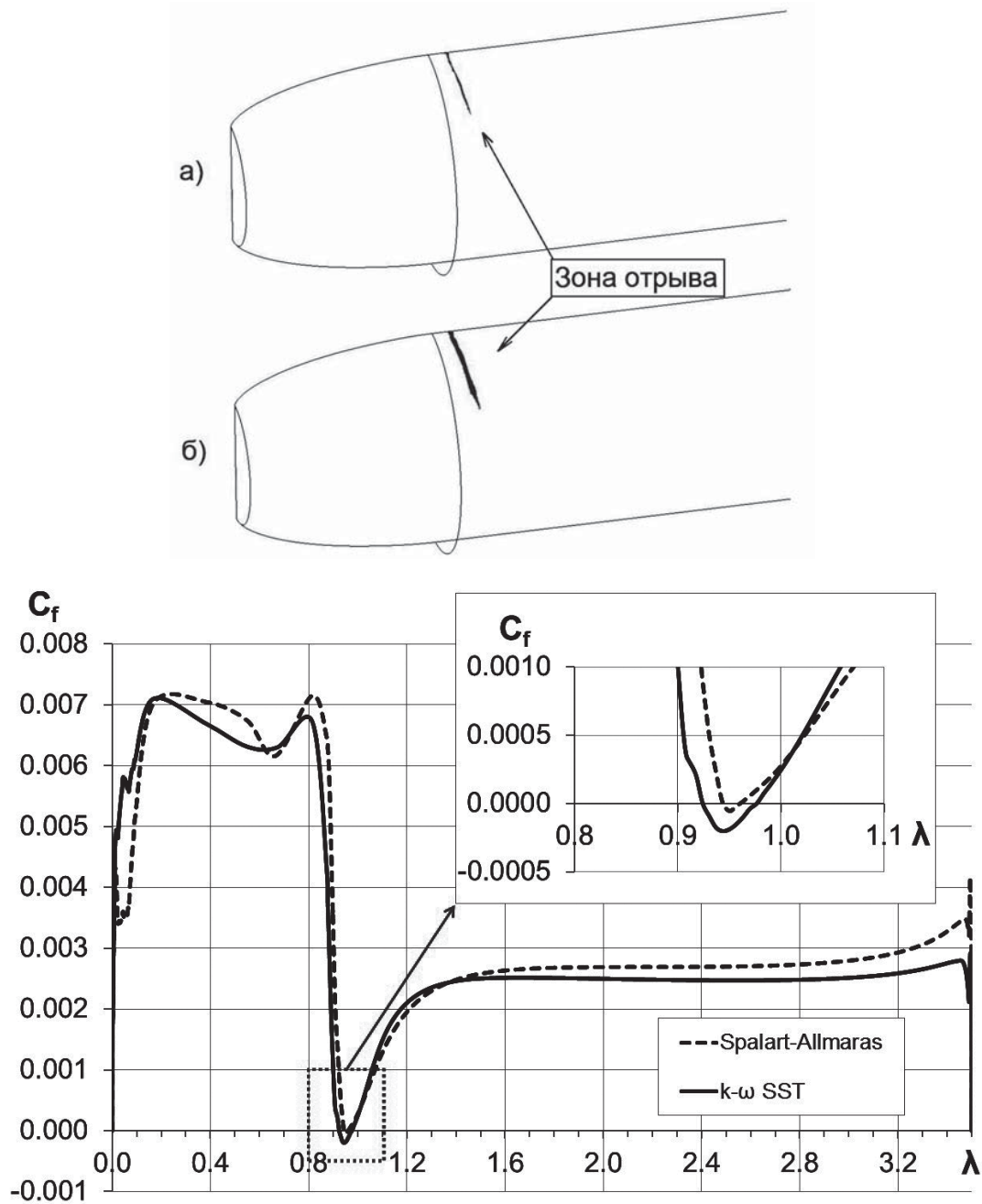


Рис. 6. Зона отрыва потока на поверхности исследуемой модели (вверху) и распределение коэффициента трения (внизу); $M = 0.9$, $\alpha = 5^\circ$, $Re_D = 1.44 \cdot 10^6$. Модели турбулентности: *a* — Spalart-Allmaras; *b* — $k-\omega$ SST

4. *Riabouchinsky D.* Sur une probleme de variation // Comptes rendus de l'Academie des Sciences. 1927. Vol. 185. Pp. 840-841.
5. *Friedrichs K.* Über ein Minimumproblem für Potentialströmungen mit freiem Rand // Mathematischen Annalen. 1934. Bd. 109. H.1, s. 60-82.
6. *Garabedian P.R., Lewy H., Schiffer M.* Axially symmetric cavitation flow // Annals of Mathematics. 1952. Vol. 56. No. 3. Pp. 560-602. DOI: 10.2307/1969661
7. *Garabedian P.R., Spencer D.C.* Extremal methods in cavitation flows // Journal of Rational Mechanics and Analysis. 1952. Vol. 1. No. 3. Pp. 359-409.
8. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. — 824 с.
9. *Эпштейн Л.А.* Течения около тел вращения при малых числах кавитации. — М.: Бюро науч. информации ЦАГИ, 1961. — 14 с.
10. *Логвинович Г.В.* Гидродинамика течений со свободными границами: Монография. — Киев: Наукова думка, 1969. — 215 с.
11. *Кожуро Л.А.* Расчет осесимметричного струйного обтекания тел по схеме Рябушинского // Ученые записки ЦАГИ. 1980. Т. XI. № 5. С. 109-115.
12. *Вышинский В.В., Кузнецов Е.Н.* Исследование обтекания тел вращения с образующей Рябушинского // Доклады Академии наук СССР. 1991. Т. 321. № 1. С. 33–35.

Таблица 1

Полукаверна Рябушинского $\lambda = 0.87$

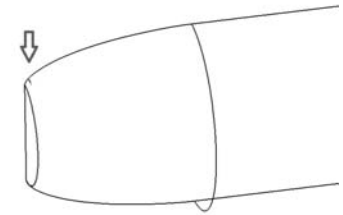
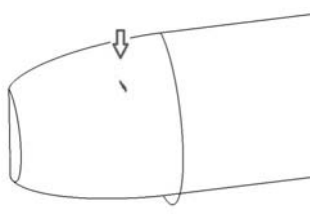
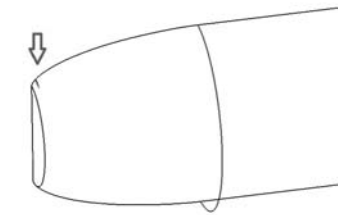
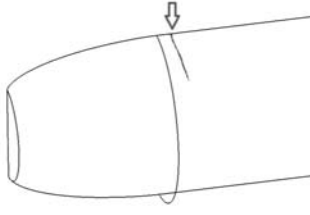
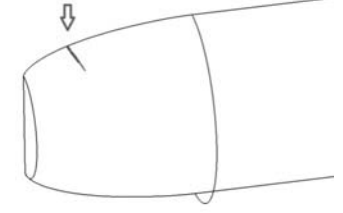
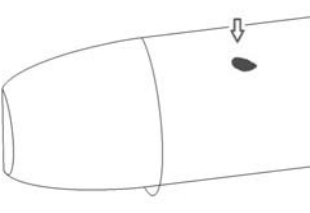
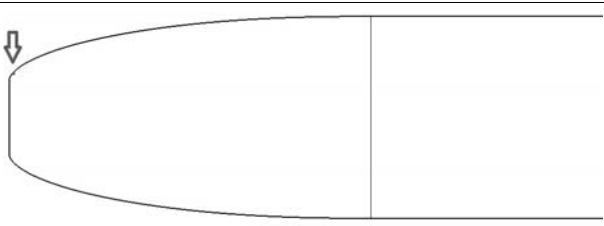
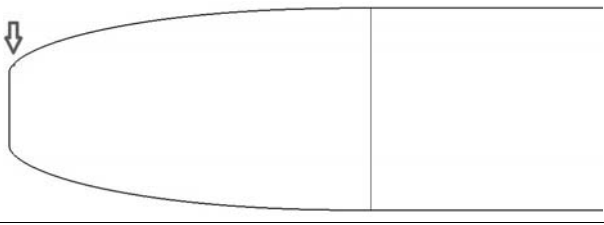
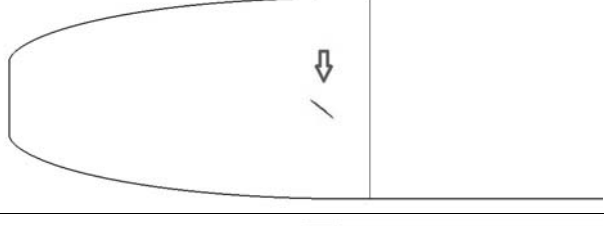

М	$\alpha_{отр}, ^\circ$	Место отрыва	М	$\alpha_{отр}, ^\circ$	Место отрыва
0.5	15		0.85	13	
0.65	9		0.9	5	
0.8	12		0.95	11	

Таблица 2

Полукаверна Рябушинского $\lambda = 1.8$

М	$\alpha_{отр}, ^\circ$	Место отрыва
0.5	20	
0.7	13	
0.9	21	
0.95	18	

13. Кузнецов Е.Н. Интерполяционные формулы для построения носовых частей корпусов околозвуковых летательных аппаратов // Техника воздушного флота. 2002. № 1-2. С. 24-26.
14. Баринов В.А., Болсуновский А.Л., Бузверя Н.П., Кузнецов Е.Н., Скоморохов С.И., Чернышев И.Л. Исследования обтекания околозвуковым потоком газа модели самолета с носовой частью в виде полукаверны Рябушинского // Доклады Академии наук. Механика. 2007. Т. 416. № 4. С. 474-476.
15. Артамонова Л.Г., Радциг А.Н., Рыжов Ю.А., Семенчиков Н.В., Тархов Е.Л., Чернов Г.Ф., Яковлевский О.В. Исследования МАИ в области отрывных и струйных течений вблизи элементов ЛА и их полных компоновок // Вестник Московского авиационного института. 2005. Т. 12. № 2. С. 31-48.
16. Краснов Н.Ф., Кошевой В.Н., Калугин В.Т. Аэродинамика отрывных течений. — М.: Высшая школа, 1988. — 351 с.
17. Кузнецов Е.Н., Лунин В.Ю., Панюшкин А.В., Чернышев И.Л. О безотрывном обтекании тела вращения с носовой частью в виде полукаверны Рябушинского // Ученые записки ЦАГИ. 2017. Т. XLVIII. № 3. С. 28-33.
18. Hirsch C. Numerical computation of internal and external flows: The fundamentals of computational fluid dynamics. — Butterworth-Heinemann, 2007. — 680 p.
19. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 1992. Reno, NV, U.S.A. AIAA Paper 1993-2906. DOI: 10.2514/6.1992-439
20. Menter F.R. Zonal two-equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows // 23rd Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Lasers Conference. Orlando, FL, U.S.A. AIAA Paper 1993-2906. DOI: 10.2514/6.1993-2906
21. Гарбарук А.В., Стрелец М.Х., Шур М.Л. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений: учебное пособие. — СПб.: Изд-во Политехнического института, 2012. — С. 15-25.
22. Nichols R.H. Turbulence Models and Their Application to Complex Flows. — University of Alabama at Birmingham, Revision 4.01. 2010. — 214 p.
23. Вышинский В.В., Кузнецов Е.Н. Влияние положения точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный на величину сопротивления тела в звуковом потоке газа // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 1988. №1. С. 90-91.
24. Кузнецов Е.Н. Роль трения в формировании лобового сопротивления тел вращения с образующей Рябушинского // Доклады Академии наук. 1999. Т. 367. № 2. С. 197-199.

BOUNDARIES OF NON-SEPARATION FLOW-AROUND OF BODIES OF ROTATION, WITH THE NOSE PART IN THE FORM OF RIABOUCHINSKY HALF-CAVITY

Kuznetsov E.N., Lunin V.Yu.* , Panyushkin A.V. , Chernyshev I.L.**

*Central Aerohydrodynamic Institute named after N.E. Zhukovsky,
TsAGI, 1, Zhukovsky str., Zhukovsky, Moscow Region, 140180, Russia*

** e-mail: lunin@tsagi.ru*

*** e-mail: panyushkin@tsagi.ru*

Abstract

Bodies that are optimal at the so-called low critical Mach number M^* , at which at least one sonic point on the body flown-over surface occurs, were studied theoretically in Ref. [1]. It was confirmed that M^* achieves its maximum value and, consequently, the wave drag minimum value occurred for the body identical to the Riabouchinsky finite cavity in the classical theory of incompressible fluids. It was experimentally studied in Ref. [12], which demonstrated that in the transonic velocities range the Riabouchinsky half-cavity had the smallest drag among the bodies of rotation with the same aspect ratio $\lambda = L/D = 0.87$ (where L is the nose part length and D is the diameter of its mid-section). This

conclusion is incorrect for aspect ratios $\lambda > 2$ due to the friction impact the drag as it follows from Ref. [24]. The absence of turbulent boundary layer separation from the side surface of the body of rotation under study at zero angle of attack in the range of Mach numbers $0.8 \leq M_\infty \leq 0.95$ was demonstrated in Ref. [17].

The main objective of this work is determination of angles of attack α_{sep} at which turbulent boundary layer separation from the side surface of the studied body occurs. The study was performed with NUMECA FINE/Open software based on Reynolds Averaged Navier-Stokes equations (RANS). The solution of the

problem was performed in the framework of fully turbulent flow model without accounting for laminar-turbulent transition using Spalart-Allmaras (SA) and $k-\omega$ SST turbulence models. To determine the boundaries of the non-separated flow-around computation was performed in stationary problem setting at various angles of attack. With that, the flow separation indicator was the presence of the zone on the model surface where the friction coefficient $C_f < 0$. The results obtained with two turbulence models are close to each other, and the difference between the two separation angles does not exceed 1° .

The results of the study obtained for α_{sep} for the nose part with aspect ratio of $\lambda = 0.87$ are as follows: $\alpha_{\text{sep}} = 15^\circ$ for $M_\infty = 0.5$, $\alpha_{\text{sep}} = 9^\circ$ for $M_\infty = 0.65$, $\alpha_{\text{sep}} = 12^\circ$ for $M_\infty = 0.8$, $\alpha_{\text{sep}} = 13^\circ$ for $M_\infty = 0.85$, $\alpha_{\text{sep}} = 5^\circ$ for $M_\infty = 0.9$, $\alpha_{\text{sep}} = 11^\circ$ for $M_\infty = 0.95$. Computing results for the longer nose part with aspect ratio $\lambda = 1.8$ are: $\alpha_{\text{sep}} = 20^\circ$ for $M_\infty = 0.5$, $\alpha_{\text{sep}} = 13^\circ$ for $M_\infty = 0.7$, $\alpha_{\text{sep}} = 21^\circ$ for $M_\infty = 0.9$, $\alpha_{\text{sep}} = 18^\circ$ for $M_\infty = 0.95$.

The angles of attack α_{sep} which realize turbulent boundary layer separation from the side surface of the investigated body at free-stream Mach numbers $0.5 \leq M_\infty \leq 0.95$ were obtained. Separation zones location is shown for various models and modes.

Keywords: Riabouchinsky semi-cavity, body of rotation, transonic flow-around, boundary layer.

References

- Gilbarg D., Shiffman M. On bodies achieving extreme values of the critical Mach number. *Journal of Rational Mechanics and Analysis*, 1954, vol. 3, no. 2, pp. 209–230.
- Birkhoff G., Zarantonello E.H. *Jets, wakes and cavities*. New York, Academic Press, 1957, 353 p.
- Riabouchinsky D. On steady fluid motions with free surfaces. *Proceeding of the London Mathematical Society*, 1921, vol. s2-19, issue 1, pp. 206–215. DOI: 10.1112/plms/s2-19.1.206
- Riabouchinsky D. Sur une problème de variation. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1927, vol. 185, pp. 840–841.
- Friedrichs K. Über ein Minimumproblem f r Potentialstr mungen mit freiem Rand. *Mathematischen Annalen*. 1934. Bd. 109. H.1, s. 60–82.
- Garabedian P.R., Lewy H., Schiffer M. Axially symmetric cavitation flow. *Annals of Mathematics*, 1952, vol. 56, no. 3, pp. 560–602. DOI: 10.2307/1969661
- Garabedian P.R., Spencer D.C. Extremal methods in cavitation flows. *Journal of Rational Mechanics and Analysis*, 1952, vol. 1, no. 3, pp. 359–409.
- Loitsyanskii L.G. *Mekhanika zhidkosti i gaza* (Mechanics of liquid and gas), Moscow, Nauka, 1987, 824 p.
- Epshtein L.A. *Techeniya okolo tel vrashcheniya pri malykh chislakh kavitatsii* (Flows near the bodies of revolution at small cavitation numbers), Moscow, TsAGI, 1961, 14 p.
- Logvinovich G.V. *Gidrodinamika techenii so svobodnymi granitsami* (Hydrodynamics of flows with free boundaries), Kiev, Naukova dumka, 1969, 215 p.
- Kozhuro L.A. *Uchenye zapiski TsAGI*, 1980, vol. XI, no. 5, pp. 109–115.
- Vyshinskii V.V. and Kuznetsov E.N. Flow past bodies of revolution with a Riabouchinsky generatrix. *Physics-Doklady*, 1991, vol. 36, no. 11, pp. 731–732.
- Kuznetsov E.N. *Tekhnika vozdushnogo flota*, 2002, no. 1–2, pp. 24–26.
- Barinov V.A., Bolsunovskii A.L., Buzoverya N.P., Kuznetsov E.N., Skomorokhov S.I., Chernyshev I.L. *Doklady Akademii nauk. Mekhanika*, 2007, vol. 416, no. 4, pp. 474–476.
- Artamonova L.G., Radtsig A.N., Ryzhov Yu.A., Semenchikov N.V., Tarkhov E.L., Chernov G.F., Yakovlevskii O.V. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2005, vol. 12, no. 2, pp. 31–48.
- Krasnov N.F., Koshevoi V.N., Kalugin V.T. *Aerodinamika otryvnykh techenii* (Aerodynamics of separated flows), Moscow, Vysshaya shkola, 1988, 351 p.
- Kuznetsov, E.N., Lunin V.Yu., Panyushkin A.V. and Chernyshev I.L. Intact flow over a rotating body with the nose part in the form of the Riabouchinsky half-cavity. *TsAGI Science Journal*, 2017, vol. 48, no. 3, pp. 243–249.
- Hirsch C. *Numerical computation of internal and external flows: The fundamentals of computational fluid dynamics*. Butterworth-Heinemann, 2007, 680 p.
- Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 1992, Reno, NV, U.S.A. AIAA Paper 1993-2906. DOI: 10.2514/6.1992-439
- Menter F.R. Zonal two-equation k- ω turbulence models for aerodynamic flows. *23rd Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Lasers Conference*. Orlando, FL, U.S.A. AIAA Paper 1993-2906. DOI: 10.2514/6.1993-2906
- Garbaruk A.V., Strelets M.Kh., Shur M.L. *Modelirovanie turbulentnosti v raschetakh slozhnykh techenii* (Modeling of turbulence in calculation of complex flows), St. Petersburg, Politekhnikeskii institut, 2012, pp. 15–25.
- Nichols R.H. *Turbulence Models and Their Application to Complex Flows*. University of Alabama at Birmingham, Revision 4.01. 2010, 214 p.
- Vyshinskii V.V., Kuznetsov E.N. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsionnaya tekhnika*, 1988, no. 1, pp. 90–91.
- Kuznetsov E.N. The Effect of Friction on Drag for Bodies of Revolution with the Riabouchinsky Generatrix. *Physics-Doklady*, 1999, vol. 44, no. 7, p. 472.