

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ СНИЖЕНИЯ ВИБРАЦИЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ В ПЯТИФАЗНОЙ МАШИНЕ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА ПО СРАВНЕНИЮ С ТРЕХФАЗНОЙ МАШИНОЙ

Терешкин В.М.

*Уфимский государственный авиационный технический университет,
УГАТУ, ул. К. Маркса, 12, Уфа, 450008, Республика Башкортостан, Россия
e-mail: tvn53@mail.ru*

Многофазные электрические двигатели могут стать альтернативой 3-фазным машинам в областях, где требуется стабильная скорость вращения в пределах одного оборота вала, а также и в других областях, требующих наличия высоконадёжных электроприводов с низким уровнем шума и вибрации (например, при создании специальных вентиляционных систем и комплексов, в тяговом электроприводе различного функционального назначения (электромобиль, электровоз, гибридная силовая установка, водный транспорт и т.д.)). В работе установлено, что 3-я и 7-я временные гармоники фазных токов симметричной 5-фазной обмотки не формируют вращающееся магнитное поле (прямого и обратного следования). 9-я временная гармоника фазных токов симметричной 5-фазной обмотки является гармоникой обратного следования, а 11-я гармоника — это гармоника прямого следования. Они формируют вращающиеся поля и могут быть причиной вибрации. 5-я временная гармоника тока отсутствует в гармоническом спектре фазных токов симметричной 5-фазной обмотки, а следовательно, не формирует соответствующую пространственно-временную составляющую. С использованием векторного метода анализа было подтверждено, что в симметричной 3-фазной обмотке 7-я временная гармоника является гармоникой прямого следования, а 5-я и 11-я — гармониками обратного следования. Эти гармоники формируют результирующие пространственно-временные векторы токов (результирующее поле) и могут быть причиной вибраций электромагнитного происхождения. 3-я и кратные трем временные гармоники фазных токов в 3-фазной симметричной обмотке отсутствуют.

Ключевые слова: 5-фазная обмотка двигателя, 3-фазная обмотка двигателя, результирующие векторы гармоник фазных токов 5-фазной обмотки, результирующие векторы гармоник фазных токов 3-фазной обмотки, тормозящее поле результирующих векторов гармоник фазных токов 5-фазной обмотки.

При создании электромобилей, гибридных силовых установок и тягового электропривода различного функционального назначения первостепенное внимание уделяется совершенствованию электропривода [1—3] и одним из альтернативных методов совершенствования можно считать применение в электроприводе вместо 3-фазного двигателя многофазного двигателя, например, с количеством фаз $m = 5$.

На отечественном электровозе «Гранит» уже применяется тяговый электропривод на основе 4-фазного асинхронного двигателя. Электропривод разработан инженерами фирмы «Сименс» и рассчитан на эксплуатацию от контактной сети 3 кВ [4]. Потребляемая мощность двигателя равна приблизительно 1,2 мВт. Диапазон регулирования частоты от 0 до 120 Гц.

В [5—7] рассмотрены некоторые вопросы влияния количества фаз электродвигателя на снижение величины номинального фазного тока, повышение надежности и снижение уровня шума и вибраций.

Работы [8, 9] занимают значительное место в исследовании многофазных машин с пониженным уровнем вибраций, например для текстильной промышленности, а работы [10—12] посвящены вопросам применения асинхронного привода с векторным управлением механизмов в горнодобывающей промышленности и в оптико-механических комплексах. При реализации векторного управления электропривод на основе 3-фазного асинхронного двигателя успешно конкурирует и вытесняет традиционный электропривод на основе коллекторной машины постоянного тока. Уровень конкуренции может возрасти, если 3-фазный двигатель в элект-

роприводе с векторным управлением поменять на многофазный, например 5-фазный.

Для повышения качества электропривода с векторным управлением на основе DTC (прямое управление моментом) совершенствуется преобразовательная техника, например применяются трехуровневые преобразователи, которые расширяют возможности SVPWM (пространственной векторной широтно-импульсной модуляции) за счет увеличения количества базовых векторов [13]. Увеличение количества базовых векторов также возможно за счет увеличения количества фаз двигателя. Например, при двухуровневом преобразователе 3-фазная система имеет 8 базовых векторов, а 5-фазная система — 32 базовых вектора.

Значительное место в совершенствовании преобразовательной техники при реализации векторной широтно-импульсной модуляции занимают работы [14, 15].

Фирма АВВ, начиная с 1995 г., выпускает электропривод на основе 3-фазного асинхронного двигателя с векторным управлением, используя принципы управления DTC на основе SVPWM [16]. Применяется этот электропривод, например, при нефтедобыче для привода насосов. Успешные работы в области создания электропривода на основе многофазного двигателя (в частности 5-фазного) могут обеспечить модернизацию и повышение качества существующих изделий.

В [17—22] рассматриваются некоторые аспекты теории многофазных систем, однако в указанных работах не исследованы вопросы влияния числа фаз электрической машины на вибрации электромагнитного происхождения при нечетном количестве фаз.

При испытании макетного образца 5-фазного синхронного двигателя, реализованного на основе магнитной системы 3-фазного двигателя, установлено, что 5-фазный двигатель имеет меньший уровень шума и вибраций.

Из [23] известно, что намагничивающая сила 3-фазной обмотки при симметричной нагрузке не содержит гармоник, кратных трем, и состоит из прямых гармоник 1, 7, 13, 19 ... и обратных гармоник 5, 11, 17... . Основная гармоника является прямой.

Установлено [18], что 5-фазная симметричная обмотка создает намагничивающую силу прямой последовательности по 1, 11, 21 гармоникам и обратной последовательности по 9, 19 ... гармоникам. Основная гармоника является прямой.

Очевидно, что по гармоническому составу намагничивающая сила 5-фазной обмотки имеет преимущество перед намагничивающей силой 3-фаз-

ной обмотки, что может проявляться в снижении вибраций и уровня шума электромагнитного происхождения.

При реализации векторной широтно-импульсной модуляции 3-фазной и 5-фазной систем форма фазного тока не синусоидальна и содержит широкий спектр гармоник. Однако процесс «трансформации» временных гармоник фазных токов 5-фазной обмотки в пространственно-временные составляющие результирующего тока отличается от аналогичного процесса 3-фазной обмотки, что связано с увеличением количества фаз.

Гармонический состав фазных токов 5-фазной обмотки аналитически может быть представлен в следующем виде:

$$i_A = \sum_{n=1,3,5...} I_{mn} \sin(n \cdot \omega t - 0);$$

$$i_B = \sum_{n=1,3,5...} I_{mn} \sin(n \cdot \omega t - n \cdot 72^\circ);$$

$$i_C = \sum_{n=1,3,5...} I_{mn} \sin(n \cdot \omega t - n \cdot 144^\circ);$$

$$i_D = \sum_{n=1,3,5...} I_{mn} \sin(n \cdot \omega t - n \cdot 216^\circ);$$

$$i_E = \sum_{n=1,3,5...} I_{mn} \sin(n \cdot \omega t - n \cdot 288^\circ).$$

На рис. 1 представлены гармонические составляющие фазных токов 5-фазной обмотки (нагрузка симметричная), а на рис. 2 в векторной форме представлена симметричная 5-фазная обмотка, в фазах которой протекают токи, обозначенные век-

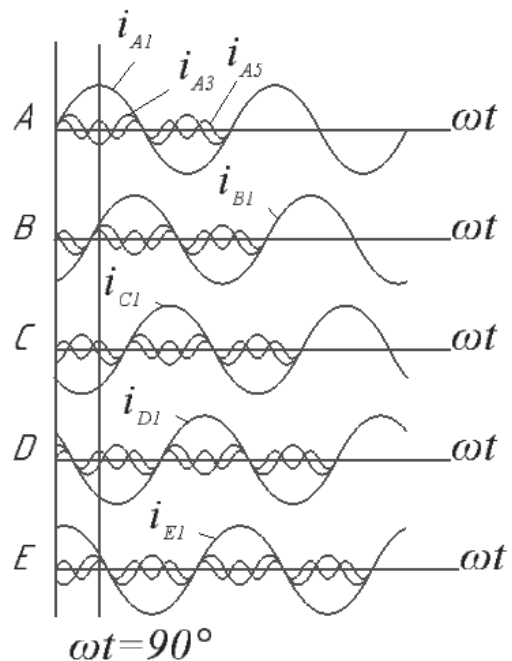


Рис. 1. Гармонические составляющие фазных токов 5-фазной обмотки

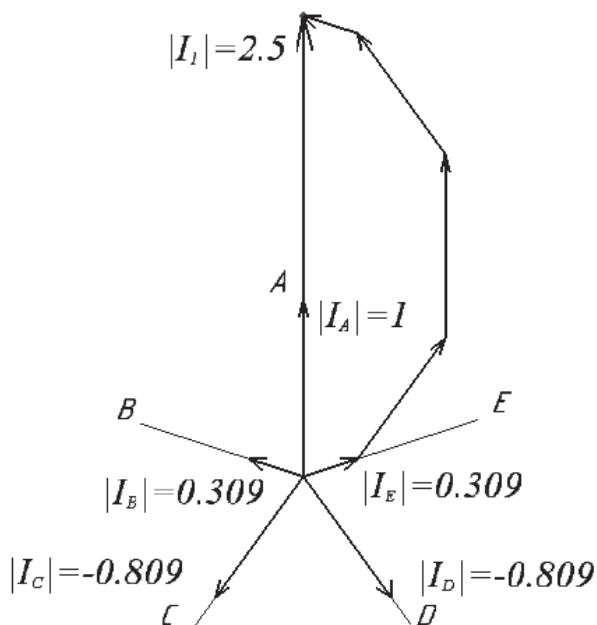


Рис. 2. Формирование результирующего вектора тока 1-й гармоники симметричной 5-фазной обмоткой

торами. На рис. 2 изображено формирование результирующего вектора тока 1-й гармоники в момент, когда $\omega t = 90^\circ$.

Если предположить, что амплитуда 1-й гармоники фазного тока равна единице, то величины векторов фазных токов в момент $\omega t = 90^\circ$ соответственно равны:

$$\underline{I}_A = 1, \quad \underline{I}_B = 0,309, \quad \underline{I}_C = -0,809,$$

$$\underline{I}_D = -0,809, \quad \underline{I}_E = 0,309.$$

С учетом пространственного сдвига фаз (угол пространственного сдвига между фазами равен 72° эл) амплитуда результирующего вектора тока \underline{I}_1 равна:

$$I_{m1} = 1 + 2 \cdot 0,309 \cos 72^\circ + 2(-0,809) \cos 144^\circ = 2,5.$$

Проведем расчет результирующего тока по 1, 3, 5, 7, 9, 11 гармоникам, предполагая амплитуду каждой из гармоник фазного тока равной единице. Расчеты проводим относительно фазы А.

Результирующий вектор тока 1-й гармоники 5-фазной обмотки в соответствии с рис. 1 и 2 определяется в виде:

$$I_1 = \sin \omega t + \cos 72^\circ \cdot \sin(\omega t - 72^\circ) + \cos 144^\circ \times$$

$$\times \sin(\omega t - 144^\circ) + \cos 216^\circ \cdot \sin(\omega t - 216^\circ) +$$

$$+ \cos 288^\circ \cdot \sin(\omega t - 288^\circ) = \sin \omega t +$$

$$+ \cos 72^\circ [\sin \omega t \cdot \cos 72^\circ - \cos \omega t \cdot \sin 72^\circ] +$$

$$+ \cos 144^\circ [\sin \omega t \cdot \cos 144^\circ - \cos \omega t \cdot \sin 144^\circ] +$$

$$+ \cos 216^\circ [\sin \omega t \cdot \cos 216^\circ - \cos \omega t \cdot \sin 216^\circ] +$$

$$+ \cos 288^\circ [\sin \omega t \cdot \cos 288^\circ - \cos \omega t \cdot \sin 288^\circ] =$$

$$= \sin \omega t + 0,09549 \cdot \sin \omega t - 0,2939 \cdot \cos \omega t +$$

$$+ 0,6545 \cdot \sin \omega t + 0,4755 \cdot \cos \omega t + 0,6545 \cdot \sin \omega t -$$

$$- 0,4755 \cdot \cos \omega t + 0,09549 \cdot \sin \omega t + 0,2939 \cdot \cos \omega t =$$

$$= \sin \omega t + 1,5 \cdot \sin \omega t = 2,5 \cdot \sin \omega t.$$

Амплитуда результирующего тока в 2,5 раза больше амплитуды фазного тока, что справедливо, так как обмотка 5-фазная. 1-я гармоника результирующего тока является гармоникой прямого следования, что следует из временной последовательности чередования фазных токов: $0, 72^\circ, 144^\circ, 216^\circ, 288^\circ$.

Результирующий вектор тока 3-й гармоники 5-фазной обмотки в соответствии с рис. 1 и 2 определяется в виде:

$$I_3 = \sin 3 \cdot \omega t + \cos 72^\circ \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 3 \cdot 72^\circ) + \cos 144^\circ \times$$

$$\times \sin(3 \cdot \omega t - 3 \cdot 144^\circ) + \cos 216^\circ \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 3 \cdot 216^\circ) +$$

$$+ \cos 288^\circ \cdot \sin(3 \cdot \omega t - 3 \cdot 288^\circ) = \sin 3 \cdot \omega t +$$

$$+ \cos 72^\circ [\sin 3 \cdot \omega t \cdot \cos 216^\circ - \cos 3 \cdot \omega t \cdot \sin 216^\circ] +$$

$$+ \cos 144^\circ [\sin 3 \cdot \omega t \cdot \cos 432^\circ - \cos 3 \cdot \omega t \cdot \sin 432^\circ] +$$

$$+ \cos 216^\circ [\sin 3 \cdot \omega t \cdot \cos 648^\circ - \cos 3 \cdot \omega t \cdot \sin 648^\circ] +$$

$$+ \cos 288^\circ [\sin 3 \cdot \omega t \cdot \cos 864^\circ - \cos 3 \cdot \omega t \cdot \sin 864^\circ] =$$

$$= \sin 3 \cdot \omega t - 0,25 \cdot \sin 3 \cdot \omega t + 0,1816 \cdot \cos 3 \cdot \omega t -$$

$$- 0,25 \cdot \sin 3 \cdot \omega t + 0,7694 \cdot \cos 3 \cdot \omega t - 0,25 \cdot \sin 3 \cdot \omega t -$$

$$- 0,7694 \cdot \cos 3 \cdot \omega t - 0,25 \cdot \sin 3 \cdot \omega t - 0,1816 \cdot \cos 3 \cdot \omega t = 0.$$

Для наглядности определения временной последовательности чередования фазных токов проведем расчеты:

А	0
В	$216/360 = 0,6$ — оборота $0,6 \times 360 = 216$
С	$432/360 = 1,2$ $1,2 - 1 = 0,2 \times 360 = 72$
Д	$648/360 = 1,8$ $1,8 - 1 = 0,8 \times 360 = 288$
Е	$864/360 = 2,4$ $2,4 - 2 = 0,4 \times 360 = 144$

По фазам ABCDE 5-фазной обмотки протекают токи 3-й гармоники с временным чередованием фаз ACEBD (0, 72°, 144°, 216°, 288°). При этом вращающееся поле не формируется, а возникает режим торможения. Подобный режим в аналитической форме рассмотрен в работе [17]. 3-я временная гармоника не формирует пространственно-временную гармонику.

Результирующий вектор тока 5-й гармоники 5-фазной обмотки, в соответствии с рис. 1 и 2, определяется в виде:

$$I_5 = \sin 5\omega t + \cos 72^\circ \cdot \sin(5\omega t - 5 \cdot 72^\circ) + \cos 144^\circ \times \\ \times \sin(5\omega t - 5 \cdot 144^\circ) + \cos 216^\circ \cdot \sin(5\omega t - 5 \cdot 216^\circ) + \\ + \cos 288^\circ \sin(5\omega t - 5 \cdot 288^\circ) = \sin 5\omega t + \\ + \cos 72^\circ [\sin 5\omega t \cdot \cos 360^\circ - \cos 5\omega t \cdot \sin 360^\circ] + \\ + \cos 144^\circ [\sin 5\omega t \cdot \cos 720^\circ - \cos 5\omega t \cdot \sin 720^\circ] + \\ + \cos 216^\circ [\sin 5\omega t \cdot \cos 1080^\circ - \cos 5\omega t \cdot \sin 1080^\circ] + \\ + \cos 288^\circ [\sin 5\omega t \cdot \cos 1440^\circ - \cos 5\omega t \cdot \sin 1440^\circ] = \\ = \sin 5\omega t + 0,309 \cdot \sin 5\omega t - 0 \cdot \cos 5\omega t - 0,809 \cdot \sin 5\omega t + \\ + 0 \cdot \cos 5\omega t + 0,809 \cdot \sin 5\omega t - 0 \cdot \cos 5\omega t + \\ + 0,309 \cdot \sin 5\omega t + 0 \cdot \cos 5\omega t = 0.$$

A	0
B 360/360 = 1 — оборот	1-1 = 0 × 360 = 0
C 720/360 = 2	2-2 = 0 × 360 = 0
D 1080/360 = 3	3-3 = 0 × 360 = 0
E 1440/360 = 4	4-4 = 0 × 360 = 0

Токи фаз 5-фазной обмотки ABCDE по 5-й гармонике не имеют временного сдвига, а следовательно, при симметричном режиме не могут протекать по 5-фазной обмотке. Пространственно-временная компонента 5-й гармоники тока отсутствует, намагничивающая сила по 5-й гармонике не формируется. Причем, как бы ни искажалась форма фазного тока 5-фазной симметричной нагрузки, например под воздействием реакции якоря, эта форма никогда не будет содержать 5-ю временную гармонику, а следовательно, не будет формироваться намагничивающая сила 5-й гармоники.

Результирующий вектор тока 7-й гармоники 5-фазной обмотки в соответствии с рис. 1 и 2 определяется в виде:

$$I_7 = \sin 7\omega t + \cos 72^\circ \cdot \sin(7\omega t - 7 \cdot 72^\circ) + \cos 144^\circ \times \\ \times \sin(7\omega t - 7 \cdot 144^\circ) + \cos 216^\circ \cdot \sin(7\omega t - 7 \cdot 216^\circ) +$$

$$+ \cos 288^\circ \cdot \sin(7 \cdot \omega t - 7 \cdot 288^\circ) = \sin 7\omega t + \\ + \cos 72^\circ [\sin 7\omega t \cdot \cos 504^\circ - \cos 7\omega t \cdot \sin 504^\circ] + \\ + \cos 144^\circ [\sin 7\omega t \cdot \cos 1008^\circ - \cos 7\omega t \cdot \sin 1008^\circ] + \\ + \cos 216^\circ [\sin 7\omega t \cdot \cos 1512^\circ - \cos 7\omega t \cdot \sin 1512^\circ] + \\ + \cos 288^\circ [\sin 7\omega t \cdot \cos 2016^\circ - \cos 7\omega t \cdot \sin 2016^\circ] = \\ = \sin 7\omega t - 0,25 \cdot \sin 7\omega t - 0,1816 \cdot \cos 7\omega t - \\ - 0,25 \cdot \sin 7\omega t - 0,7694 \cdot \cos 7\omega t + 0,25 \cdot \sin 7\omega t + \\ + 0,7694 \cdot \cos 7\omega t - 0,25 \cdot \sin 7\omega t + 0,1816 \cdot \cos 7\omega t = 0.$$

A	0
B 504/360=1,4 — оборота	1,4-1=0,4 × 360=144
C 1008/360=2,8	2,8-2=0,8 × 360=288
D 1512/360=4,2	4,2-4=0,2 × 360=72
E 2016/360=5,6	5,6-5=0,6 × 360=216

По фазам ABCDE 5-фазной обмотки протекают токи 7-й гармоники с временным чередованием фаз ADBEC, при этом вращающееся поле не формируется, а возникает режим торможения. Данный режим рассмотрен в работе [17] при исследовании векторной широтно-импульсной модуляции. Экспериментально было подтверждено, что при данном временном чередовании фаз возникает тормозной момент.

Результирующий вектор тока 9-й гармоники 5-фазной обмотки в соответствии с рис. 1 и 2 определяется в виде:

$$I_9 = \sin 9\omega t + \cos 72^\circ \cdot \sin(9\omega t - 9 \cdot 72^\circ) + \cos 144^\circ \times \\ \times \sin(9\omega t - 9 \cdot 144^\circ) + \cos 216^\circ \cdot \sin(9\omega t - 9 \cdot 216^\circ) + \\ + \cos 288^\circ \cdot \sin(9\omega t - 9 \cdot 288^\circ) = \sin 9\omega t + \\ + \cos 72^\circ [\sin 9\omega t \cdot \cos 648^\circ - \cos 9\omega t \cdot \sin 648^\circ] + \\ + \cos 144^\circ [\sin 9\omega t \cdot \cos 1296^\circ - \cos 9\omega t \cdot \sin 1296^\circ] + \\ + \cos 216^\circ [\sin 9\omega t \cdot \cos 1944^\circ - \cos 9\omega t \cdot \sin 1944^\circ] + \\ + \cos 288^\circ [\sin 9\omega t \cdot \cos 2592^\circ - \cos 9\omega t \cdot \sin 2592^\circ] = \\ = \sin 9\omega t + 0,09549 \cdot \sin 9\omega t + 0,2939 \cdot \cos 9\omega t + \\ + 0,6545 \cdot \sin 9\omega t - 0,4755 \cdot \cos 9\omega t + 0,6545 \cdot \sin 9\omega t + \\ + 0,4755 \cdot \cos 9\omega t + 0,09549 \cdot \sin 9\omega t - 0,2939 \cdot \cos 9\omega t = \\ = 2,5 \cdot \sin 9\omega t.$$

A	0
B 648/360=1,8 — оборота	1,8-1=0,8×360=288
C 1296/360=3,6	3,6-3=0,6×360=216
D 1944/360=5,4	5,4-5=0,4×360=144
E 2592/360=7,2	7,2-7=0,2×360=72

По фазам ABCDE 5-фазной обмотки протекают токи 9-й гармоники с временным чередованием фаз AEDCB, т.е. 9-я гармоника является гармоникой обратного следования. Так как 9-я гармоника фазного тока формирует вращающееся поле обратного следования, она может обеспечивать создание вибрации (в пределах периода 1-й гармоники), которая пропорциональна амплитуде 9-й гармоники фазного тока.

Результирующий вектор тока 11-й гармоники 5-фазной обмотки в соответствии с рис. 1 и 2 определяется в виде:

$$\begin{aligned}
 I_{11} = & \sin 11\omega t + \cos 72^\circ \cdot \sin(11\omega t - 11 \cdot 72^\circ) + \cos 144^\circ \times \\
 & \times \sin(11\omega t - 11 \cdot 144^\circ) + \cos 216^\circ \cdot \sin(11\omega t - 11 \cdot 216^\circ) + \\
 & + \cos 288^\circ \cdot \sin(11\omega t - 11 \cdot 288^\circ) = \sin 11\omega t + \\
 & + \cos 72^\circ [\sin 11\omega t \cdot \cos 792^\circ - \cos 11\omega t \cdot \sin 792^\circ] + \\
 & + \cos 144^\circ [\sin 11\omega t \cdot \cos 1584^\circ - \cos 11\omega t \cdot \sin 1584^\circ] + \\
 & + \cos 216^\circ [\sin 11\omega t \cdot \cos 2376^\circ - \cos 11\omega t \cdot \sin 2376^\circ] + \\
 & + \cos 288^\circ [\sin 11\omega t \cdot \cos 3168^\circ - \cos 11\omega t \cdot \sin 3168^\circ] = \\
 = & \sin 11\omega t + 0,09549 \cdot \sin 11\omega t - 0,2939 \cdot \cos 11\omega t + \\
 & + 0,6545 \sin 11\omega t + 0,4755 \cos 11\omega t + 0,6545 \sin 11\omega t - \\
 & - 0,4755 \cdot \cos 11\omega t + 0,09549 \cdot \sin 11\omega t + \\
 & + 0,2939 \cos 11\omega t = \sin 11\omega t + 1,5 \sin 11\omega t = 2,5 \sin 11\omega t.
 \end{aligned}$$

A	0
B 792/360 = 2,2— оборота	2,2-2 = 0,2×360=72
C 1584/360 = 4,4	4,4-4 = 0,4×360=144
D 2376/360 = 6,6	6,6-6 = 0,6×360=216
E 3168/360 = 8,8	8,8-8 = 0,8×360=288

По фазам ABCDE 5-фазной обмотки протекают токи 11-й гармоники с временным чередованием фаз ABCDE (0°, 72°, 144°, 216°, 288°), т.е. 11-я гармоника является гармоникой прямого следования. Так как 11-я гармоника фазного тока формирует вращающееся поле прямого следования, она может обеспечивать создание вибрации (в пределах периода 1-й гармоники), которая пропорциональна амплитуде 11-й гармоники фазного тока.

Обобщив, можно отметить, что при симметричном режиме в 5-фазной обмотке 3-я и 7-я временные гармоники создают торможение, но не формируют вращающееся магнитное поле. 9-я временная гармоника является гармоникой обратного следования, а 11-я — гармоникой прямого следования. Они формируют вращающиеся поля и могут создавать вибрации. 5-я гармоника тока отсутствует в гармоническом спектре фазного тока симметричной 5-фазной обмотки.

Проведем аналогичные исследования для симметричной 3-фазной обмотки.

Гармонический состав фазных токов 3-фазной обмотки аналитически может быть представлен в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 i_A = & \sum_{n=1,3,5\dots} I_{mn} \sin(n \cdot \omega t - 0); \\
 i_B = & \sum_{n=1,3,5\dots} I_{mn} \sin(n \cdot \omega t - n \cdot 120^\circ); \\
 i_C = & \sum_{n=1,3,5\dots} I_{mn} \sin(n \cdot \omega t - n \cdot 240^\circ).
 \end{aligned}$$

На рис. 3 представлены временные гармонические составляющие фазных токов 3-фазной обмотки

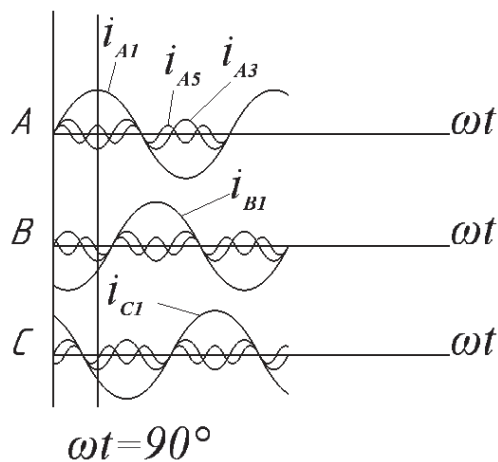


Рис. 3. Гармонические составляющие фазных токов 3-фазной обмотки

ки (нагрузка симметричная), а на рис. 4 в векторной форме — симметричная 3-фазная обмотка, в фазах которой протекают токи, обозначенные векторами. На рис. 4 изображено формирование результирующего вектора тока по 1-й гармонике в момент, когда $\omega t = 90^\circ$.

Если предположить, что амплитуда 1-й гармоники фазного тока равна единице, то векторы фазных токов в момент $\omega t = 90^\circ$ соответственно равны: $\underline{I}_A = 1, \underline{I}_B = -0,5, \underline{I}_C = -0,5$. С учетом простран-

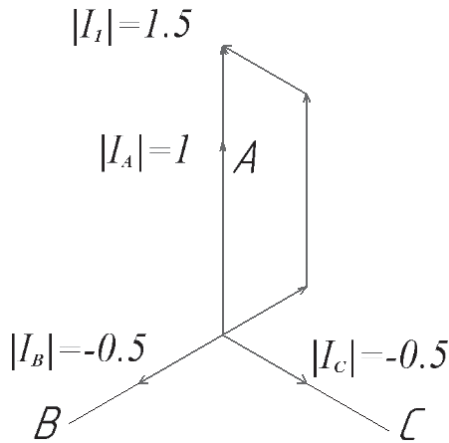


Рис. 4. Формирование результирующего вектора тока по 1-й гармонике в момент, когда $\omega t = 90^\circ$

ственного сдвига фаз (угол пространственного сдвига между фазами равен 120° эл) амплитуда результирующего вектора тока I_1 равна:

$$I_{m1} = 1 + (-0,5) \cdot \cos 120^\circ + (-0,5) \cdot \cos 240^\circ = 1,5.$$

Проведем расчет результирующего тока 3-фазной обмотки по 1, 3, 5, 7, 9, 11 гармоникам, предполагая амплитуду всех гармоник фазного тока равной единице. Расчеты проводим относительно фазы А.

Результирующий вектор тока 1-й гармонки фазного тока 3-фазной обмотки в соответствии с рис. 3 и 4 определяется в виде:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sin \omega t + \cos 120^\circ \cdot \sin(\omega t - 120^\circ) + \cos 240^\circ \times \\ &\times \sin(\omega t - 240^\circ) = \sin \omega t + \cos 120^\circ [\sin \omega t \cdot \cos 120^\circ - \\ &- \cos \omega t \cdot \sin 120^\circ] + \cos 240^\circ [\sin \omega t \cdot \cos 240^\circ - \\ &- \cos \omega t \cdot \sin 240^\circ] = \sin \omega t + 0,25 \cdot \sin \omega t - \\ &- 0,433 \cos \omega t + 0,25 \sin \omega t + 0,433 \cos \omega t = 1,5 \sin \omega t. \end{aligned}$$

Амплитуда результирующего вектора тока в 1,5 раза больше амплитуды фазного тока, что справедливо, так как обмотка 3-фазная. 1-я гармоника результирующего тока является прямой, что следует из временной последовательности чередования фазных токов АВС ($0^\circ, 120^\circ, 240^\circ$).

Результирующий вектор тока 3-й гармонки 3-фазной обмотки в соответствии с рис. 3 и 4 определяется в виде:

$$\begin{aligned} I_3 &= \sin 3\omega t + \cos 120^\circ \cdot \sin(3\omega t - 3 \cdot 120^\circ) + \cos 240^\circ \times \\ &\times \sin(3\omega t - 3 \cdot 240^\circ) = \sin 3\omega t + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \cos 120^\circ [\sin 3\omega t \cdot \cos 360^\circ - \cos 3\omega t \cdot \sin 360^\circ] + \\ &+ \cos 240^\circ [\sin 3\omega t \cdot \cos 720^\circ - \cos 3\omega t \cdot \sin 720^\circ] = \\ &= \sin 3\omega t - 0,5 \cdot \sin 3\omega t - 0 \cdot \cos 3\omega t - \\ &- 0,5 \cdot \sin 3\omega t + 0 \cdot \cos 3\omega t = 0. \end{aligned}$$

А	0
В $360/360 = 1$ -оборот	$1-1 = 0 \times 360 = 0$
С $720/360 = 2$	$2-2 = 0 \times 360 = 0$

Токи фаз 3-фазной обмотки АВС по 3-й гармонике не имеют временного сдвига и, следовательно, не могут протекать по 3-фазной симметричной обмотке. Пространственно-временная компонента 3-й гармонки фазного тока отсутствует, намагничивающая сила по 3-й гармонике не формируется. Причем, как бы ни искажалась форма фазного тока 3-фазной симметричной нагрузки, например под воздействием реакции якоря, эта форма никогда не будет содержать 3-ю временную гармонику, а следовательно, не будет формироваться намагничивающая сила 3-й гармонки. (Аналогично токам 5-й гармонки симметричной 5-фазной обмотки.)

Результирующий вектор тока 5-й гармонки 3-фазной обмотки в соответствии с рис. 3 и 4 определяется в виде:

$$\begin{aligned} I_5 &= \sin 5\omega t + \cos 120^\circ \cdot \sin(5\omega t - 5 \cdot 120^\circ) + \cos 240^\circ \times \\ &\times \sin(5\omega t - 5 \cdot 240^\circ) = \sin 5\omega t + \\ &+ \cos 120^\circ [\sin 5\omega t \cdot \cos 600^\circ - \cos 5\omega t \cdot \sin 600^\circ] + \\ &+ \cos 240^\circ [\sin 5\omega t \cdot \cos 1200^\circ - \cos 5\omega t \cdot \sin 1200^\circ] = \\ &= \sin 5\omega t + 0,25 \cdot \sin 5\omega t - 0,433 \cdot \cos 5\omega t + \\ &+ 0,25 \cdot \sin 5\omega t + 0,433 \cdot \cos 5\omega t = 1,5 \cdot \sin 5\omega t. \end{aligned}$$

А	0
В $600/360 = 1,66666$ оборота	$1,66666-1 = 0,6666 \times 360 = 240$
С $1200/360 = 3,33333$	$3,33333-3 = 0,3333 \times 360 = 120$

По фазам АВС 3-фазной обмотки протекают токи 5-й гармонки с временным чередованием фаз АСВ, т.е. 5-я гармоника является гармоникой обратного следования. Так как 5-я гармоника фазного тока формирует вращающееся поле обратного следования, она может обеспечивать создание вибрации, которая пропорциональна амплитуде 5-й гармонки.

Результирующий вектор тока 7-й гармоники 3-фазной обмотки в соответствии с рис. 3 и 4 определяется в виде:

$$I_7 = \sin 7\omega t + \cos 120^\circ \cdot \sin(7\omega t - 7 \cdot 120^\circ) + \cos 240^\circ \times \\ \times \sin(7\omega t - 7 \cdot 240^\circ) = \sin 7\omega t + \\ + \cos 120^\circ [\sin 7\omega t \cdot \cos 840^\circ - \cos 7\omega t \cdot \sin 840^\circ] + \\ + \cos 240^\circ [\sin 7\omega t \cdot \cos 1680^\circ - \cos 7\omega t \cdot \sin 1680^\circ] = \\ = \sin 7\omega t + 0,25 \cdot \sin 7\omega t - 0,433 \cdot \cos 7\omega t + \\ + 0,25 \cdot \sin 7\omega t + 0,433 \cdot \cos 7\omega t = 1,5 \cdot \sin 7\omega t.$$

А	0	
В 840/360=2,33333	2,33333-2=0,33333	0,33333 × 360=120
С 1680/360 = 4,66666	4,66666-4=0,66666	0,66666 × 360=240

По фазам АВС 3-фазной обмотки протекают токи 7-й гармоники с временным чередованием фаз АВС (0°, 120°, 240°), т.е. 7-я гармоника является гармоникой прямого следования. Так как 7-я гармоника фазного тока формирует вращающееся поле прямого следования, она может обеспечивать создание вибрации, которая пропорциональна амплитуде 7-й гармоники.

Результирующий вектор тока 9-й гармоники 3-фазной обмотки в соответствии с рис. 3 и 4 определяется в виде:

$$I_9 = \sin 9\omega t + \cos 120^\circ \cdot \sin(9\omega t - 9 \cdot 120^\circ) + \cos 240^\circ \times \\ \times \sin(9\omega t - 9 \cdot 240^\circ) = \sin 9\omega t + \\ + \cos 120^\circ [\sin 9\omega t \cdot \cos 1080^\circ - \cos 9\omega t \cdot \sin 1080^\circ] + \\ + \cos 240^\circ [\sin 9\omega t \cdot \cos 2160^\circ - \cos 9\omega t \cdot \sin 2160^\circ] = \\ = \sin 9\omega t - 0,5 \cdot \sin 9\omega t - 0 \cdot \cos 9\omega t - 0,5 \cdot \sin 9\omega t + \\ + 0 \cdot \cos 9\omega t = 0.$$

А	0	
В 1080/360 = 3 оборота	3-3 = 0	0 × 360 = 0
С 2160/360 = 6	6-6 = 0	0 × 360 = 0

Токи фаз 3-фазной обмотки АВС по 9-й гармонике не имеют временного сдвига и, следовательно, не могут протекать по симметричной 3-фазной обмотке. Пространственно-временная компонента 9-й гармоники тока отсутствует, намагничивающая сила по 9-й гармонике не формируется. Причем, как бы ни искажалась форма фазного тока 3-фазной симметричной обмотки, например под воздействием реакции якоря, эта форма никогда не будет

содержать 9-ю временную гармонику, а следовательно, не будет формироваться намагничивающая сила 9-й гармоники. (Аналогично токам 5-й гармоники симметричной 5-фазной обмотки и токам 3-й гармоники симметричной 3-фазной обмотки.)

Результирующий вектор тока 11-й гармоники 3-фазной обмотки в соответствии с рис. 3 и 4 определяется в виде:

$$I_{11} = \sin 11\omega t + \cos 120^\circ \cdot \sin(11\omega t - 11 \cdot 120^\circ) + \cos 240^\circ \times \\ \times \sin(11\omega t - 11 \cdot 240^\circ) = \sin 11\omega t + \\ + \cos 120^\circ [\sin 11\omega t \cdot \cos 1320^\circ - \cos 11\omega t \cdot \sin 1320^\circ] + \\ + \cos 240^\circ [\sin 11\omega t \cdot \cos 2640^\circ - \cos 11\omega t \cdot \sin 2640^\circ] = \\ = \sin 11\omega t + 0,25 \cdot \sin 11\omega t - 0,433 \cdot \cos 11\omega t + \\ + 0,25 \cdot \sin 11\omega t + 0,433 \cdot \cos 11\omega t = 1,5 \cdot \sin 11\omega t.$$

А	0	
В 1320/360 = 3,66666	3,66666-3 = 0,66666	0,66666 × 360 = 240
С 2640/360 = 7,33333	7,33333-7 = 0,33333	0,33333 × 360 = 120

По фазам АВС 3-фазной обмотки протекают токи 11-й гармоники с временным чередованием фаз АСВ, т.е. 11-я гармоника является гармоникой обратного следования. Так как 11-я гармоника фазного тока формирует вращающееся поле обратного следования, она может обеспечивать создание вибрации, которая пропорциональна амплитуде 11-й гармоники.

При единичном входном напряжении 5-фазного преобразователя и единичном сопротивлении фазы 5-фазной симметричной нагрузки форма фазного напряжения (тока) имеет вид, представленный на рис. 5,а. При единичном входном напряжении 3-фазного преобразователя и единичном сопротивлении фазы симметричной 3-фазной нагрузки форма фазного напряжения (тока) имеет вид, представленный на рис. 5,б. Кривая по рис. 5,а не содержит 5-й гармоники, а кривая по рис. 5,б не содержит 3-й гармоники.

Обе функции нечетные и после разложения в ряд Фурье имеют вид:

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nt, \quad b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} i(t) \sin ntdt,$$

где $n = 1, 3, 5, \dots$

Амплитуда 5-й гармоники для функции по рис. 5,а определяется выражением:

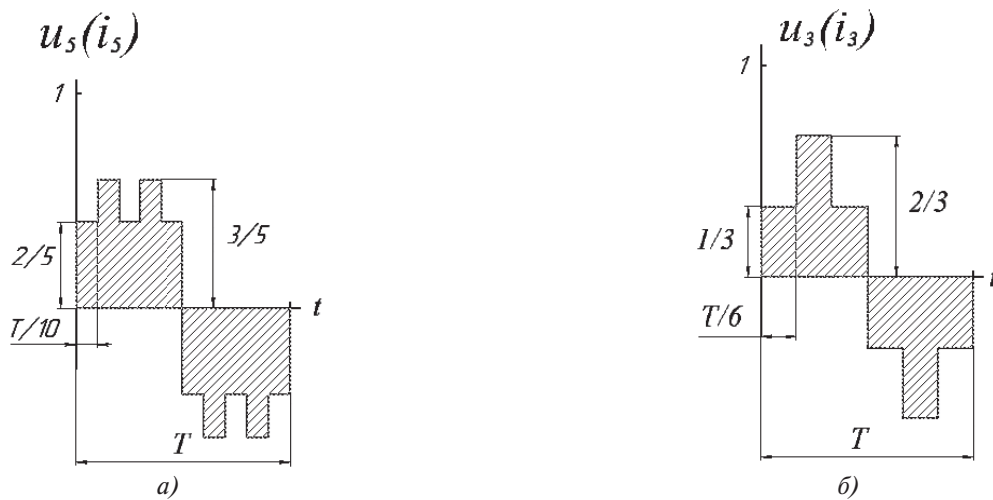


Рис. 5. Форма фазного напряжения (тока) 5-фазной и 3-фазной обмоток

$$b_5 = \frac{2}{5\pi} \int_0^{\frac{\pi}{5}} 2 \sin 5td5t + \frac{2}{5\pi} \int_{\frac{\pi}{5}}^{\frac{2\pi}{5}} 3 \sin 5td5t +$$

$$+ \frac{2}{5\pi} \int_{\frac{2\pi}{5}}^{\frac{3\pi}{5}} 4 \sin 5td5t + \frac{2}{5\pi} \int_{\frac{3\pi}{5}}^{\frac{4\pi}{5}} 5 \sin 5td5t +$$

$$+ \frac{2}{5\pi} \int_{\frac{4\pi}{5}}^{\pi} 0 \sin 5td5t.$$

Интегрируя и подставляя численные значения, получим:

$$b_5 = -\frac{2}{5\pi} \cdot \frac{2}{5} (\cos \pi - \cos 0) - \frac{2}{5\pi} \cdot \frac{3}{5} (\cos 2\pi - \cos \pi) -$$

$$- \frac{2}{5\pi} \cdot \frac{4}{5} (\cos 3\pi - \cos 2\pi) - \frac{2}{5\pi} \cdot \frac{5}{5} (\cos 4\pi - \cos 3\pi) -$$

$$- \frac{2}{5\pi} \cdot \frac{0}{5} (\cos 5\pi - \cos 4\pi) = 0.$$

Амплитуда 3-й гармоники для функции по рис. 5, б определяется выражением:

$$b_3 = \frac{2}{\pi \cdot 3} \int_0^{\frac{\pi}{3}} 1 \sin 3td3t + \frac{2}{\pi \cdot 3} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} 2 \sin 3td3t +$$

$$+ \frac{2}{\pi \cdot 3} \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} 0 \sin 3td3t.$$

Интегрируя и подставляя численные значения, получим:

$$b_3 = -\frac{2}{9\pi} (\cos \pi - \cos 0) - \frac{4}{9\pi} (\cos 2\pi - \cos \pi) -$$

$$- \frac{2}{9\pi} (\cos 3\pi - \cos 2\pi) = 0.$$

На рис. 5 изображены формы фазных напряжений 5-фазной и 3-фазной нагрузок, которые совпадают с формами соответствующих токов. Если предположить в качестве нагрузок 5-фазного и 3-фазного преобразователей обмотки двигателей, то фазные токи будут соответствовать рис. 5 при частоте до 3 Гц. При увеличении частоты под воздействием реакции якоря форма фазного тока будет искажаться, однако в форме фазного тока 5-фазной нагрузки не появится 5-я гармоника, а в форме фазного тока 3-фазной нагрузки не будет 3-й гармоники.

Примененная в работе методика по определению спектрального состава результирующего тока 3-фазной и 5-фазной обмоток может быть использована при анализе гармонического спектра результирующего тока обмоток с любым количеством фаз.

Выводы

1. Симметричная 5-фазная обмотка, по фазам которой протекает несинусоидальный ток, может сформировать 3-ю и 7-ю пространственно-временные гармоники тока, которые осуществляют торможение, но не создают вращающееся магнитное поле. 9-я временная гармоника фазного тока является гармоникой обратного следования, а 11-я временная гармоника фазного тока — гармоникой прямого следования. Они формируют вращающиеся поля

соответственно обратного и прямого следования и могут создавать электромагнитные вибрации. 5-я временная гармоника отсутствует в гармоническом спектре фазного тока симметричной 5-фазной обмотки.

2. Как бы ни искажалась форма фазного тока 5-фазной симметричной обмотки при её питании от 5-фазного мостового преобразователя, например под воздействием реакции якоря, эта форма никогда не будет содержать 5-ю временную гармонику тока, а следовательно, не будет формироваться пространственно-временная составляющая, которая создает магнитное поле 5-й гармоники.

3. Симметричная 3-фазная обмотка формирует 5-ю, 11-ю пространственно-временные гармоники тока обратного следования и 7-ю гармонику прямого следования, которые могут способствовать электромагнитным вибрациям. 3-я временная гармоника и кратные трем гармоники тока отсутствуют в гармоническом спектре фазного тока симметричной 3-фазной обмотки.

4. Как бы ни искажалась форма фазного тока 3-фазной симметричной обмотки при её питании от 3-фазного мостового преобразователя, например, под воздействием реакции якоря, эта форма никогда не будет содержать 3-ю временную гармонику тока, а также гармоники, кратные трем. Следовательно, не будет формироваться пространственно-временная составляющая, которая создает магнитное поле 3-й гармоники.

Библиографический список

- Chan C.C. The State of the Art of Electric, Hybrid and Fuel Cell Vehicles // *Proceedings of the IEEE*. 2007. Vol. 95. No. 4, pp. 704-718. DOI: 10.1109/JPROC.2007.892489
- Chan C.C., Bouscayrol A. and Chen K. Electric, Hybrid, and Fuel-Cell Vehicles: Architectures and Modeling // *IEEE Transact Vehicular Technol.* 2010. Vol. 59. No. 2, pp. 589-598. DOI: 10.1109/TVT.2009.2033605
- Global EV Outlook: Understanding the Electric Vehicle Landscape to 2020 // *Electric Vehicle Initiative, International Energy Agency*. 2013, 41 p.
- Электровоз грузовой постоянного тока ЭЭС10 (Гранит) с асинхронными тяговыми электродвигателями. URL: <https://www.twirpx.com/file/502379/>
- Levi E., Bojoi R., Profumo F., Toliyat H.A. and Williamson S. Multiphase induction motor drives — a technology status review // *Institution of Engineering and Technology Electric Power Applic.* 2007. Vol. 1. No. 4, pp. 489-516. DOI: 10.1049/iet-epa:20060342
- Dwari S. and Parsa L. Fault-Tolerant Control of Five-Phase Permanent-Magnet Motors With Trapezoidal Back EMF // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2011. Vol. 58. No. 2, pp. 476-485. DOI: 10.1109/TIE.2010.2045322
- Williamson S. and Smith S. Pulsating torque and losses in multiphase induction machines // *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2003. Vol. 39. No. 4, pp. 986-993. DOI: 10.1109/TIA.2003.813722
- Голубев А.Н., Игнатенко С.В. Влияние числа фаз статорной обмотки асинхронного двигателя на его виброшумовые характеристики // *Электротехника*. 2000. № 6. С. 28-31.
- Бабаев М.Б., Голубев А.Н., Игнатенко С.В. Влияние числа фаз на пульсации момента и виброшумовые характеристики АД // 2-я международная конференция по электромеханике и электротехнологиям: Тезисы докладов (Крым, 1-5 окт. 1996). М.: Изд. дом МЭИ, Ч. 2. С. 150-152.
- Рудаков В.В., Козярук А.Е. Системы управления электроприводов. Прямое управление моментом в электроприводе переменного тока: Учебное пособие. — СПб.: СПГГИ(НИУ), 2007. — 75 с.
- Козярук А.Е. Прямое управление моментом в электроприводе переменного тока машин и механизмов горного производства: Учебное пособие. — СПб.: СПГГИ, 2008. — 98 с.
- Усольцев А.А. Современный асинхронный электропривод оптико-механических комплексов. — СПб.: СПб НИУ ИТМО, 2011. — 164 с.
- Xue V. Center-Aligned SVPWM Realization for 3-Phase 3-Level Inverter // *Application Report SPRABS6* — October 2012, 18 p. URI: <http://www.ti.com/lit/an/sprabs6/sprabs6.pdf>
- Ле Д.Т., Аверин С.В. Формирование векторной широтно-импульсной модуляции с исключением сквозных токов в трехфазном мостовом инверторе // *Вестник Московского авиационного института*. 2016. Т.23. №4. С. 155-163.
- Ле Д.Т., Аверин С.В. Оптимизация алгоритмов коммутации в инверторах с векторной ШИМ // *Вестник Московского авиационного института*. 2016. Т.23. № 3. С. 155-164.
- Привод переменного тока среднего напряжения ACS 5000, 1,5-21 МВт, 6,0-6,9 кВ. Технический каталог. URI: <http://sae-kip.com.ua/wp-content/uploads/2013/09/ACS5000-1.pdf>
- Терешкин В.М., Гришин Д.А. Исследование алгоритмов работы пятифазного преобразователя в режиме векторной широтно-импульсной модуляции // *Электротехника*. 2017. № 2. С. 46-51.
- Терешкин В.М., Гришин Д.А., Макулов И.А. Сравнительный анализ эффективности трехфазной и пятифазной вентильных синхронных машин // *Электротехника*. 2018. № 5. С. 60-67.
- Терешкин В.М., Гришин Д.А., Терешкин В.В. Исследование алгоритмов работы четырехфазной электромеханической системы // *Электротехнические комплексы и системы: Материалы международной научно-практической конференции*. — Уфа: УГАТУ, 2016. С. 49-55. URL: http://e-library.ufa-rb.ru/dl/lib_net_r/Tereshkin_Issledovanie_algoritmov_2016.pdf
- Терешкин В.М., Гришин Д.А., Макулов И.А. Перспективы применения многофазных машин переменного

- го тока // Электроника и электрооборудование транспорта. 2017. №1. С. 19-26.
21. Терешкин В.М., Гришин Д.А., Макулов И.А. Трехключевой режим коммутации пятифазного преобразователя. Обобщенный вектор напряжения пятифазной системы при трехключевой коммутации // Электроника и электрооборудование транспорта. 2018. №4. С. 9-16.
 22. Терешкин В.М. Определение гармонического состава результирующего тока 4-фазной симметричной обмотки электрической машины // Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 3. С. 212-219.
 23. Вольдек А.И. Электрические машины: Учебник для студентов вузов. — Л.: Энергия, 1974. — 840 с.

THEORETICAL JUSTIFICATION OF THE POSSIBILITY OF REDUCING VIBRATIONS OF ELECTROMAGNETIC ORIGIN IN A FIVE-PHASE ALTERNATING CURRENT MACHINE IN COMPARISON WITH A THREE-PHASE MACHINE

Tereshkin V.M.

*Ufa State Aviation Technical University,
USATU, 12, K. Marx str., Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia
e-mail: tvm53@mail.ru*

Abstract

Multiphase electric machines with an odd number of phases can become an alternative to three-phase machines in areas where a stable rotation speed within one revolution of the shaft is required, as well as other areas requiring highly reliable electric drives with low noise and vibration, for example in special ventilation systems and complexes.

The problem of formation of the resulting current of 3-phase and 5-phase windings, which are fed from the bridge converter, is considered in the work. A comparative analysis of the resulting currents is given from the point of view of the harmonic composition. In solving the problem, a classical approach was used with the use of the vector method.

It was found that the components of the phase currents of the 5-phase symmetrical winding form the 1st and 11th harmonics of the resulting forward current and the 9th harmonic of the reverse sequence.

The third and seventh harmonics of the phase currents do not form a rotating field; their temporal alternation does not coincide with the spatial alternation of phases. The 5th harmonic of the resulting current is absent; in the phase-current spectrum of a 5-phase symmetrical winding, the 5th harmonic component is not contained.

The components of the phase currents of the 3-phase symmetrical winding form the 1st and 7th harmonics of the resulting forward current, as well as the 5th and 11th harmonic of the reverse sequence.

The 3rd and 9th harmonics of the resulting current are absent, because in the phase-current spectrum of the

3-phase symmetrical winding, the 3rd and 9th harmonic components are not contained.

By harmonic composition, the resultant current of the 5-phase winding takes precedence over the resultant current by a 3-phase winding. This allows us to assume that within the period of the first harmonic (fundamental rotation frequency) in a 5-phase winding, the vibrations of electromagnetic origin will be less than for the three phase windings.

Experimental studies of prototypes of 5-phase and 3-phase synchronous machines made using identical magnetic systems have shown that the level of mechanical vibrations of a 5-phase machine is lower than that of a 3-phase machine.

Keywords: five-phase motor winding, three-phase motor winding, resultant harmonic vectors of the phase currents of the five-phase winding, resulting vectors of the harmonics of the phase currents of the three-phase winding, braking the field of the resultant phase current vectors of the five-phase winding.

References

1. Chan C.C. The State of the Art of Electric, Hybrid and Fuel Cell Vehicles. *Proceedings of the IEEE*, 2007, vol. 95, no. 4, pp. 704–718. DOI: 10.1109/JPROC.2007.892489
2. Chan C.C., Bouscayrol A. and Chen K. Electric, Hybrid, and Fuel-Cell Vehicles: Architectures and Modeling. *IEEE Transact Vehicular Technol*, 2010, vol. 59, no. 2, pp. 589–598. DOI: 10.1109/TVT.2009.2033605

3. Global EV Outlook: Understanding the Electric Vehicle Landscape to 2020. *Electric Vehicle Initiative, International Energy Agency*, 2013, 41 p.
4. *Elektrovoz gruzovoi postoyannogo toka 2ES10 (Granit) s asinkhronnymi tyagovymi elektrodvigatelyami*. URI: <https://www.twirpx.com/file/502379/>
5. Levi E., Bojoi R., Profumo F., Toliyat H.A. and Williamson S. Multiphase induction motor drives – a technology status review. *Institution of Engineering and Technology Electric Power Applic*, 2007, vol. 1, no. 4, pp. 489–516. DOI: 10.1049/iet-epa:20060342
6. Dwari S. and Parsa L. Fault-Tolerant Control of Five-Phase Permanent-Magnet Motors With Trapezoidal Back EMF. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, vol. 58, no. 2, pp. 476–485. DOI: 10.1109/TIE.2010.2045322
7. Williamson S. and Smith S. Pulsating torque and losses in multiphase induction machines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2003, vol. 39, no. 4, pp. 986–993. DOI: 10.1109/TIA.2003.813722
8. Golubev A.N., Ignatenko C.B. *Elektrotehnika*, 2000, no. 6, pp. 28–31.
9. Babaev M.B., Golubev A.N., Ignatenko C.B. *II Mezhdunarodnaya konferentsiya po elektromekhanike i elektrotekhnologiyam (Krym, 1-5 October 1996)*, Moscow, MEI. Part 2, pp. 150–152.
10. Rudakov V.V., Kozyaruk A.E. *Sistemy upravleniya elektroprivodov. Pryamoe upravlenie momentom v elektroprivode peremennogo toka (Electric drive control Systems. Direct torque control in AC drive)*, St. Petersburg, SPGGI, 2007, 75 p.
11. Kozyaruk A.E. *Pryamoe upravlenie momentom v elektroprivode peremennogo toka mashin i mekhanizmov gornogo proizvodstva (Direct control of the moment in the electric drive of alternating current of machines and mechanisms of mining production)*, St. Petersburg, SPGGI, 2008, 98 p.
12. Usol'tsev A.A. *Sovremennyyi asinkhronnyi elektroprivod optiko-mekhanicheskikh kompleksov (Modern asynchronous electric drive of optical-mechanical complexes)*, St. Petersburg, SPb NIU ITMO, 2011, 164 p.
13. Xue V. Center-Aligned SVPWM Realization for 3-Phase 3-Level Inverter, *Application Report SPRABS6 – October 2012*, 18 p. URI: <http://www.ti.com/lit/an/sprabs6/sprabs6.pdf>
14. Le D.T., Averin S.V. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2016, vol. 23, no. 4, pp. 155–163.
15. Le D.T., Averin S.V. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2016, vol. 23, no. 3, pp. 155–164.
16. *Privod peremennogo toka srednego napryazheniya ACS 5000, 1,5–21 MVt, 6,0–6,9 kV. Tekhnicheskii katalog*. URI: <http://sae-kip.com.ua/wp-content/uploads/2013/09/ACS5000-1.pdf>
17. Tereshkin V.M., Grishin D.A. *Elektrotehnika*, 2017, no. 2, pp. 46–51.
18. Tereshkin V.M., Grishin D.A., Makulov I.A. *Elektrotehnika*, 2018, no. 5, pp. 60–67.
19. Tereshkin V.M., Grishin D.A., Tereshkin V.V. *Materialy mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii "Elektrotekhnicheskie komplekсы i sistemy"*, Ufa, UGATU, 2016, pp. 49–55. URL: http://e-library.ufarb.ru/d1/lib_net_r/Tereshkin_Issledovanie_algoritmov_2016.pdf
20. Tereshkin V.M., Grishin D.A., Makulov I.A. *Elektronika i elektrooborudovanie transporta*, 2017, no. 1, pp. 19–26.
21. Tereshkin V.M., Grishin D.A., Makulov I.A. *Elektronika i elektrooborudovanie transporta*, 2018, no. 4, pp. 9–16.
22. Tereshkin V.M. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2018, vol. 25, no. 3, pp. 212–219.
23. Vol'dek A.I. *Elektricheskie mashiny (Electric motors)*, Leningrad, Energiya, 1974, 840 p.