

## УПРАВЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОРИЕНТАЦИЕЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С МИНИМАЛЬНЫМ РАСХОДОМ ТОПЛИВА

Михаил Валерьевич ЛЕВСКИЙ родился в 1966 г. в городе Ростове Ярославской области. Ведущий научный сотрудник НИИ космических систем ФГУП ГКНПЦ им. М.В. Хруничева. Кандидат технических наук, старший научный сотрудник. Основные научные интересы — в области приборов и систем автоматического управления, а также механики космического полета, теории систем ориентации, навигации и стабилизации летательных аппаратов, движение относительно центра масс космических аппаратов и орбитальных станций. Автор более 100 научных работ.

Mikhail V. LEVSKY, Ph.D., was born in 1966, in the Yaroslavl Region. He is a Principal Research Associate at Space Systems Research and Development Institute (NII KS) of Khruichev State Research and Production Space Center. His major research interests include automatic control instrumentation and systems, space flight mechanics, theory of orientation, navigation and stabilization systems, rotational motion of space vehicles and orbital stations. He has published over 100 technical papers.

*Рассматривается задача оптимального управления пространственной переориентацией космического аппарата (КА). Минимизируется функционал, имеющий смысл расхода рабочего тела. Показано, что оптимальное решение находится в классе двухимпульсного управления, при котором разворот КА совершается в виде свободного (неуправляемого) движения. Для повышения точности приведения КА в заданное угловое положение предлагаются способы управления, реализующие метод свободных траекторий. Синтезированные управления инвариантны как к внешним возмущениям, так и к параметрическим ошибкам. Приводятся результаты математического моделирования, демонстрирующие высокую экономичность разработанных алгоритмов управления и их практическую реализуемость.*

В статье применяется кватернионный метод решения задач оптимизации и формализации описания кинематики вращательного движения твердого тела [1]. Исследуется вопрос оптимизации терминального управления, обеспечивающего за фиксированное время управления  $t_k$  совмещение связанной с корпусом КА правой системы координат  $OXYZ$  с программным базисом, положение которого в инерциальном пространстве задано. В работе рассматривается наиболее распространенный случай, когда опорным является инерциальный базис  $Ox_i Y_i Z_i$  (ИСК).

Изучению задачи оптимального управления переориентацией твердого тела в различных постановках посвящено множество публикаций [1–7, 9, 11]. В частности, в [4] рассматриваются вопросы оптимального разворота КА по быстрдействию и минимуму энергетических затрат. Аналитическое решение было получено с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина для случая, когда область допустимых значений управляющего момента ограничена сферой, а сам КА разворачивается вокруг вектора конечного поворота. В статье [5] оптимальные управления находились методом совмещенного синтеза на основе алгоритма с прогнозирующей моделью, причем минимизировался фун-

ционал обобщенной работы. Управления, синтезируемые методом АКОР, представляют собой непрерывные функции. Оптимальными же по экономичности являются релейные управления [2, 3, 8]. Существенным недостатком АКОР является его непригодность для случая произвольных (в том числе и неограниченно больших) начальных угловых отклонений [2]. Принятие сколько-нибудь близкой к реальности прогнозирующей модели влечет за собой неустраняемые математические сложности. В известных последних публикациях по затронутой проблеме [6, 7] представленное решение, к сожалению, не является принципиально новым. Реализующееся управление приводит к развороту КА вокруг оси Эйлера, хотя принципы оптимизации и алгоритмы управления различны. В то же время, очевидно, эйлеров разворот по расходу топлива далеко не оптимален, как бы точно он ни исполнялся.

Оптимизация переориентации КА по критерию минимума расхода топлива представляет определенную сложность как в математическом, так и в вычислительном плане. И хотя решение этой задачи дано в большом числе публикаций, вопрос получения оптимального управления, доставляющего минимум расхода топлива, остается открытым. Нахождению оптимальной программы пространственно-

го разворота произвольного КА и построению управлений по методу свободных траекторий посвящена настоящая статья.

### 1. Уравнения движения и постановка задачи

Предполагается, что управление угловым положением КА осуществляется посредством трех и большего числа пар двигателей, создающих моменты относительно главных центральных осей инерции КА. Уравнения углового движения КА как твердого тела имеют вид

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\omega}_1 + (J_3 - J_2) \omega_2 \omega_3 &= M_1; \\ J_2 \dot{\omega}_2 + (J_1 - J_3) \omega_1 \omega_3 &= M_2; \\ J_3 \dot{\omega}_3 + (J_2 - J_1) \omega_1 \omega_2 &= M_3, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $J_i$  — главные центральные моменты инерции аппарата;  $M_i$  — проекции главного момента внешних сил на главные центральные оси эллипсоида инерции аппарата;  $\omega_i$  — проекции вектора  $\boldsymbol{\omega}$  абсолютной угловой скорости на оси связанного базиса  $\mathbf{E}$ , образованного главными центральными осями эллипсоида инерции аппарата ( $i = 1, 2, 3$ ).

Для описания пространственного движения КА используем математический аппарат кватернионов (параметров Родрига—Гамильтона). Движение связанного базиса  $\mathbf{E}$  относительно опорного базиса  $\mathbf{I}$  будем задавать кватернионом  $\Lambda$ . Для определенности будем считать базис  $\mathbf{I}$  инерциальным. В этом случае имеют место следующие кинематические уравнения:

$$\begin{aligned} 2\dot{\lambda}_0 &= -\lambda_1 \omega_1 - \lambda_2 \omega_2 - \lambda_3 \omega_3; \\ 2\dot{\lambda}_1 &= \lambda_0 \omega_1 + \lambda_2 \omega_3 - \lambda_3 \omega_2; \\ 2\dot{\lambda}_2 &= \lambda_0 \omega_2 + \lambda_3 \omega_1 - \lambda_1 \omega_3; \\ 2\dot{\lambda}_3 &= \lambda_0 \omega_3 + \lambda_1 \omega_2 - \lambda_2 \omega_1 \end{aligned} \quad (2)$$

или в кватернионной форме:  $2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \boldsymbol{\omega}$ , где  $\lambda_j$  — компоненты кватерниона  $\Lambda$  ( $j = 0, 1, 2, 3$ ), причем  $\lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1$ .

В условиях космического полета особенность управления заключается в малости возмущающих моментов, обусловленных взаимодействием аппарата с внешними полями и сопротивлением среды. Управление движением КА относительно его центра масс производится путем изменения момента внешних сил  $\mathbf{M}$ . Допустим, что суммарный импульс от возмущающих моментов пренебрежимо мал по

сравнению с управляющим импульсом. В этом случае главный момент внешних сил  $\mathbf{M}$  определяется главным образом моментом управления  $\mathbf{M}_y$ , создаваемым системой исполнительных органов, а переменные  $M_i$ , стоящие в правых частях системы (1), — управления.

Определим оптимизируемый функционал применительно к задаче переориентации КА с требованием выполнения маневра в заданный интервал времени с заданным вектором состояния и с учетом затрат по расходу топлива. Будем считать, что для управления пространственной ориентацией КА используется не менее трех пар управляющих реактивных микродвигателей. Величина расхода зависит от схемы установки двигателей ориентации (ДО). Управление относительно главных центральных осей инерции КА в настоящее время широко применяется на практике. С помощью установленных по каждой строительной оси КА управляющих двигателей независимо создаются проекции требуемого вектора управляющего момента на соответствующие связанные с КА оси. Расход топлива на разворот при таком управлении складывается из затрат по каждому каналу. В этом случае главная часть функционала имеет вид

$$G = \int_0^{t_k} \left( \frac{|M_1|}{l_1} + \frac{|M_2|}{l_2} + \frac{|M_3|}{l_3} \right) dt, \quad (3)$$

где  $l_1, l_2, l_3 > 0$  и имеют физический смысл плеч установки двигателей ориентации по каналам  $x, y, z$ .

Рассматривается переориентация КА из любого текущего положения в инерциальной системе координат в окрестность заданного конечного положения. Начальная и конечная угловые скорости КА предполагаются нулевыми.

Итак, самая общая задача оптимизации пространственного разворота КА заключается в том, чтобы указать управления, переводящие КА из положения  $\Lambda_n$  в положение  $\Lambda_k$  и доставляющие минимум функционалу  $G$  при следующих ограничениях:

$$|M_i| \leq U_i \quad (i = 1, 2, 3); \quad t_k \leq T_{\text{зад}};$$

$$\sum_{j=0}^3 (\lambda_j(t_k) - \lambda_{jk})^2 \leq \epsilon_{\text{доп}}.$$

Последнее ограничение определяет гарантированную точность позиционирования КА. Действительно, угол рассогласования  $\Delta\psi$  выражается сле-

Следующим образом:  $\cos \frac{\Delta\Psi}{2} = \sum_{j=0}^3 \lambda_j(t_k) \lambda_{jk}$ . Учитывая,

что  $\|\Lambda(t_k)\| = \|\Lambda_k\| = 1$ , получим

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^3 (\lambda_j(t_k) - \lambda_{jk})^2 &= 2 \left( 1 - \sum_{j=0}^3 \lambda_j(t_k) \lambda_{jk} \right) = \\ &= 2 \left( 1 - \cos \frac{\Delta\Psi}{2} \right) \leq \varepsilon_{\text{доп}}, \end{aligned}$$

откуда  $|\Delta\Psi| \leq 4 \arcsin \frac{\sqrt{\varepsilon_{\text{доп}}}}{2}$ .

Таким образом, задача оптимального управления переориентацией КА замкнута. Математически она формулируется следующим образом: требуется определить управление, обеспечивающее разворот КА из произвольного начального  $\Lambda_n$  в требуемое конечное положение  $\Lambda_k$  за заданное время  $T_{\text{зад}}$  с минимальным расходом топлива, оцениваемым (3):

$$G = \int_0^{t_k} \left( \frac{|M_1|}{I_1} + \frac{|M_2|}{I_2} + \frac{|M_3|}{I_3} \right) dt \rightarrow \min, t_k \leq T_{\text{зад}};$$

$$|M_i| \leq U_i \quad (i = \overline{1,3}); \quad \sum_{j=0}^3 (\lambda_j(t_k) - \lambda_{jk})^2 \leq \varepsilon_{\text{доп}}.$$

Назначение конструируемых управлений  $M_i$  заключается в совмещении осей связанной с КА системы координат с программным базисом, положение которого в инерциальной системе координат задано, т.е. необходимо КА из состояния  $\Lambda(0) = \Lambda_n$ ,  $\omega(0) = 0$  перевести за время  $t_k \leq T_{\text{зад}}$  в требуемое конечное состояние  $\Lambda_k$ ,  $\omega_t = 0$  с минимальным значением функционала (3).

## 2. Решение задачи оптимального управления разворотом КА

До сих пор не разработано метода, позволяющего аналитически решить в общем виде задачу пространственной переориентации несимметричного КА по критерию минимума расхода топлива и при наличии ограничений на управления вида

$$|M_i| \leq U_i, \quad i = \overline{1,3}.$$

В исходной постановке задача, соответствующая наиболее точному физическому содержанию (кусочно-линейная форма минимизируемого функционала, ограниченность величины управляющих моментов), решена лишь для нескольких частных случаев: плоский разворот вокруг главной центральной оси инерции КА [3]; пространственный разворот сферически симметричного тела [1, 4].

Для общего случая пространственного разворота произвольного КА оптимальные управления синтезированы с теми или иными допущениями. Из рассмотрения известных автору работ по затронутой теме можно заключить, что для ряда практически важных случаев остается нерешенным вопрос: каким должно быть управление КА, эллипсоид инерции которого не является эллипсоидом вращения, чтобы без ограничений на угловые расхолаживания в условиях действия сравнительно больших возмущений обеспечить требуемый разворот КА за определенное время с минимальными затратами топлива? Вместе с тем решение указанной задачи представляет особый интерес для управления переориентацией массивных КА (например, орбитальных станций), поскольку при развороте КА, обладающих большими моментами инерции, в первую очередь важен расход топлива. Ниже предлагается алгоритм численного определения управлений, отвечающих всем необходимым требованиям: они, во-первых, являются ограниченными по величине; во-вторых, минимум расхода топлива; в-третьих, обеспечивают заданную точность переориентации.

Цель конструируемых законов управления — «освобождение» их от следующих традиционных упрощений: а) КА динамически симметричен относительно продольной оси; б) минимизируемый функционал является квадратичным относительно управлений; в) область возможных значений управляющих воздействий не замкнута; г) наличие ограничений на величину угла разворота; д) возмущающие моменты пренебрежимо малы.

Найдем оптимальную программу управления при условии, что энергетические затраты на переориентацию КА оцениваются функционалом (3). Согласно приведенным в статье [9] выводам, оптимальное по расходу рабочего тела движение КА состоит из двух участков, где действует максимально возможный управляющий момент (это участки разгона и торможения КА) и участка свободного движения, на котором управляющий момент отсутствует. Такой тип управления переориентацией КА называется двухимпульсным (первый импульс — на сообщение корпусу КА требуемого кинетического

момента  $\mathbf{K}$  и второй импульс — на гашение угловой скорости КА). Естественно предположить, что и для произвольного КА с учетом действия внешних возмущений оптимальным по расходу топлива является свободный разворот. Задача управления заключается в подборе такого значения кинетического момента  $\mathbf{K}^*$ , после сообщения которого корпусу КА свободное движение приводило бы его в требуемое конечное угловое положение  $\Lambda_k$ . При этом топливо тратится только на разгон КА и его торможение (на набор угловой скорости и ее гашение). Сам же разворот происходит при отсутствии управляющих моментов ( $\mathbf{M}_y = 0$ ), и поэтому обеспечивается экономия топлива практически на всей траектории движения КА. И с этой точки зрения основной разворот будет безрасходным, а способ управления разворотом — оптимальным. Возможность поиска оптимального решения в классе двухимпульсного управления обоснована тем, что каждый из участков траектории движения КА является оптимальным по выбранному критерию:

$$G = G_p + G_{cb} + G_t,$$

где  $G_p$  — расход топлива на разгон КА;  $G_t$  — расход топлива на торможение КА;  $G_{cb}$  — расход топлива на участке свободного движения КА (между разгоном и торможением).

В силу того что на неуправляемом участке разворота КА  $M_{y_i} = 0$ , имеем  $G_{cb} = 0$ , что, очевидно, является минимально возможным. На участках разгона и торможения возмущающими моментами можно пренебречь ( $M_b \ll M_y$ ), и поэтому для этих участков справедливо решение  $\mathbf{M} = C \cdot \mathbf{K}$ , где  $C$  — скалярная величина. Таким образом, считая задачу сообщения корпусу КА требуемого кинетического момента и задачу гашения угловых скоростей решенными, решение исходной оптимизационной задачи сводим к решению краевой задачи с граничными условиями  $\Lambda(0) = \Lambda_n$ ,  $\Lambda(t_k) = \Lambda_k$  и  $\omega(0) = \omega(t_k) = 0$  при допущении, что времена разгона и торможения КА намного меньше времени неуправляемого участка, т.е.  $t_{cb} \gg t_k$ . Решение последней задачи проводилось методом итераций, где в качестве первого приближения принималось решение для динамически симметричного тела без учета внешних возмущений. Своеобразие управления разворотом КА определяется не только малостью внешних возмущающих моментов, но и их характером — достаточной детерминированностью (в частности, отсутствием заметных и быстрых флуктуаций). Это обстоятельство позволяет учитывать возмущающие факторы при формировании управлений и

прогнозировать движение КА с достаточной точностью. Поэтому точность разворота определяется главным образом знанием параметров объекта управления. Для более полного учета характеристик КА с целью уменьшения промаха при управлении по прогнозу необходимо иметь математическую модель движения КА относительно центра масс, максимально приближенную к действительному движению. Пусть такая модель имеется в БЦВМ бортовой системы управления. Тогда путем нескольких «пристрелок» (т.е. «прогона» через модель движения КА полученных прогнозируемых решений) получим решение краевой задачи с достаточно высокой точностью, а следовательно, определим требуемый импульс кинетического момента для разворота КА по попадающей траектории. Задача определения требуемого кинетического момента КА на начало неуправляемого участка может быть решена методом последовательных приближений.

Прогноз «свободного» движения будем искать в форме  $\mathbf{K} = \text{const}$ . В первом приближении КА можно принять за осесимметричное тело, у которого продольная ось соответствует моменту инерции, наиболее отличному от двух остальных (для определенности примем  $J_1$ ). Тогда в качестве нулевого приближения наиболее целесообразно принять решение той же краевой задачи  $\Lambda(0) = \Lambda_n$ ,  $\Lambda(T) = \Lambda_k$  применительно к осесимметричному телу с характеристиками  $J_1$  и  $J$ , где значение момента инерции относительно поперечной оси  $J$  принимается равным

$$J = \frac{J_2 J_3}{J_2 + J_3 - J_1} \left( 1 + \sqrt{\frac{(J_2 - J_1)(J_3 - J_1)}{J_2 J_3}} \right).$$

Свободное вращение КА представляет собой совокупность двух движений — прецессии продольной оси  $OX$  вокруг вектора кинетического момента  $\mathbf{K}$  и вращения самого КА вокруг продольной оси  $OX$ . Для динамически симметричного КА ( $J_2 = J_3$ ) скорости прецессии  $\dot{\beta}$  и собственного вращения  $\dot{\alpha}$  постоянны и связаны между собой соотношением [10]

$$\dot{\alpha} = \dot{\beta} (J / J_1 - 1) \cos \vartheta,$$

где  $\vartheta = \text{const}$  — угол нутации (угол между вектором кинетического момента  $\mathbf{K}$  и продольной осью  $OX$ ).

Расчетный вектор  $\mathbf{K}$  лежит в плоскости, перпендикулярной плоскости  $(X_n, X_k)$ , и составляет

с продольной осью  $OX$  угол  $\vartheta$ , обеспечивающий поворот КА за время  $T_{\text{зад}}$  на углы  $\alpha$  и  $\beta$  одновременно. Используя математический аппарат кватернионов для описания поворотов твердого тела вокруг центра масс, получим соотношение

$$\Lambda_{\text{к}} = \Lambda_{\text{н}} \circ e^{\mathbf{p}_0 \beta / 2} \circ e^{\mathbf{e}_1 \alpha / 2},$$

где  $\mathbf{p}_0$  — орт расчетного кинетического момента  $\mathbf{K}$ ;  $\mathbf{e}_1$  — орт продольной оси КА.

Зависимость параметров  $\mathbf{p}_0$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  от граничных угловых положений  $\Lambda_{\text{н}}$  и  $\Lambda_{\text{к}}$  определяется системой уравнений

$$\begin{cases} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} - p_{10} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} = v_0; \\ \cos \frac{\beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} + p_{10} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = v_1; \\ p_{20} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + p_{30} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} = v_2; \\ -p_{20} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} + p_{30} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2} = v_3; \\ \alpha = \frac{J - J_1}{J_1} p_{10} \beta, \end{cases}$$

где  $v_0, v_1, v_2, v_3$  — компоненты кватерниона разворота  $\Lambda_{\text{р}} = \tilde{\Lambda}_{\text{н}} \circ \Lambda_{\text{к}}$ ;  $\alpha$  — угол поворота КА вокруг продольной оси;  $\beta$  — угол поворота вокруг вектора  $\mathbf{K}$  (или вектора кинетического момента). При этом считается, что  $|\alpha| \leq \pi$ ,  $0 \leq \beta \leq \pi$ .

Полученные при этих допущениях значения  $\mathbf{p}_0$  и  $\beta$  являются грубыми и требуют корректировки. Они уточняются до тех пор, пока не будут удовлетворять фактическому решению исходной системы уравнений (1), (2) с учетом накладываемых на движение КА ограничений  $\Lambda(0) = \Lambda_{\text{н}}$ ,  $\Lambda(t_{\text{к}}) = \Lambda_{\text{к}}$ . При этом считается, что управляющие моменты отсутствуют ( $\mathbf{M}_y = 0$ ), а начальные угловые скорости  $\omega_{i\text{н}}$  определяются вектором  $\mathbf{p}_0$  и углом  $\beta$  по формулам

$$\omega_{1\text{н}} = \frac{J\beta}{J_1 T} p_{10}; \quad \omega_{2\text{н}} = \frac{J\beta}{J_2 T} p_{20}; \quad \omega_{3\text{н}} = \frac{J\beta}{J_3 T} p_{30},$$

где  $T$  — время разворота.

Прогнозирование «свободного» движения осуществляется интегрированием системы уравнений (1), (2), описывающих вращение КА, при началь-

ных условиях  $\Lambda(0) = \Lambda_{\text{н}}$ ,  $\omega(0) = \omega_{\text{н}}$  и с учетом того, что  $\mathbf{M}_y = 0$ . Степень приближения найденных  $\mathbf{p}_0$  и  $\beta$  к искомому решению характеризуется мерой  $\varepsilon \equiv \text{sqal}(\tilde{\Lambda}_{\text{пр}} \circ \Lambda_{\text{к}})$ , где  $\Lambda_{\text{пр}}$  — наиболее близкое к  $\Lambda_{\text{к}}$  положение, полученное в ходе моделирования движения КА около центра масс. Вектор  $\mathbf{p}_0$  уточняется до тех пор, пока  $\varepsilon < \varepsilon_{\text{пор}}$ .

Решив задачу перевода КА из положения  $\Lambda(0) = \Lambda_{\text{н}}$  в положение  $\Lambda_{\text{к}}$  согласно соотношениям (2) и уравнениям (1), в которых  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{\text{в}}$ , получим расчетное значение вектора  $\omega_{\text{н}}$ . В результате будем иметь решение краевой задачи  $\Lambda(0) = \Lambda_{\text{н}}$ ,  $\Lambda(t_{\text{к}}) = \Lambda_{\text{к}}$ , причем известны угловые скорости, которые необходимо набрать, и скорости, которые потребуется гасить. Таким образом, на начало и конец участка свободного движения КА будем иметь расчетные векторы кинетического момента  $\mathbf{K}_{\text{р}}$  и  $\mathbf{K}_{\text{к}}$  (а значит, и направления управляющих моментов). Оптимизация сводится к определению продолжительности набора и гашения угловой скорости КА. Управляющие моменты  $M_1, M_2, M_3$  на участке разгона (торможения) КА определяются двумя условиями:

$$1) \mathbf{M}_y = C \cdot \mathbf{K}; \quad 2) |M_{y_i}| \leq U_i \text{ для всех } i = \overline{1,3}.$$

При этом

на участке разгона  $C > 0$ ,  $\mathbf{K}$  — расчетное значение кинетического момента  $K_i = J_i \omega_{i0}$ ;

на участке торможения  $C < 0$ ,  $\mathbf{K}$  — фактический кинетический момент КА на начало торможения.

На обоих участках  $\mathbf{M}_y = \text{const}$  в инерциальном пространстве. Длительность разгона (торможения)  $\tau$  может быть определена как

$$\tau = T \left( 1 - \sqrt{1 - 4SJ\beta / T^2} \right) / 2,$$

где  $S = \max(|p_{i0}| / U_i)$ .

Время свободного движения

$$t_{\text{св}} = T \sqrt{1 - 4SJ\beta / T^2}.$$

Момент начала участка торможения определяется из условия

$$4\arcsin \frac{K\sqrt{\delta_2^2 + \delta_3^2}}{\sqrt{(J_2\omega_2)^2 + (J_3\omega_3)^2}} =$$

$$= \frac{K\sqrt{\omega_2^2 + \omega_3^2}}{\sqrt{(J_2\omega_2)^2 + (J_3\omega_3)^2}} \max_i \frac{|J_i\omega_i|}{U_i},$$

где  $\delta_j$  — компоненты кватерниона рассогласования  $\tilde{\Lambda}(t) \circ \Lambda_k$  ( $j = 0, 1, 2, 3$ );  $K = |\mathbf{K}|$  — модуль кинетического момента КА.

Для учета возмущений, снижающих точность позиционирования, алгоритм расчета вектора кинетического момента  $\mathbf{K}^*$  включает в себя расчетную математическую модель движения реального (несимметричного) КА в околоземном пространстве с учетом действия гравитационных и аэродинамических моментов. Наличие такой модели позволяет путем итерационных «пристрелок» свести расчетную точность разворота к нулю. Обычно расчет кинетического момента  $\mathbf{K}^*$  достигает требуемой точности (порядка  $0,1^\circ$ ) за 3–4 итерации.

Рассмотренный способ разворота назовем двухимпульсной схемой управления, так как аппарату сообщается два импульса кинетического момента: расчетный импульс — на разгон КА и второй импульс — на гашение угловой скорости. Достоинства двухимпульсной схемы — требуемый кинетический момент рассчитывается в БЦВМ один раз. Расход топлива при реализации данной схемы является нижней границей для оценки других алгоритмов управления по этому критерию. Описанный метод управления реализован системой [11]. Указанная схема разворота КА имеет один существенный недостаток — большая зависимость точности ориентации от случайных факторов и возмущений. Незначительное изменение параметров объекта (например, его моментов инерции на 5–10 % от номинала) или внешних условий полета приводит к большим ошибкам разворота ( $\sim 8^\circ$  при разворотах на углы более  $120$ – $150^\circ$ ). Отмеченный недостаток позволяет исключить модификация метода разворота КА по свободным траекториям путем увеличения числа импульсов кинетического момента.

### 3. Схема итеративного управления разворотом КА

Попытки повышения точности разворота с минимальными затратами топлива привели к созданию субоптимальных законов управления, инвариантных к внешним возмущениям и параметрическим погрешностям. Одним из них является итеративное управление, реализующее метод свободных траекторий. Сущность данного метода заключается

в постоянной коррекции траектории вращательного движения КА в определенные моменты времени. Коррекция сводится к определению требуемого для попадания в конечное положение  $\Lambda_k$  кинетического момента и сообщения поправочного импульса  $\Delta\mathbf{K}$  к имеющемуся кинетическому моменту КА  $\mathbf{K}$ , если последний существенно отличается от требуемого. Перенацеливание осуществляется каждый раз из текущего положения  $\Lambda(t)$  в конечное  $\Lambda_k$ . Требуемые на следующий участок траектории движения угловые скорости определяются из условия минимума расхода топлива на дальнейшее управление разворотом КА. Специфика используемой прогнозирующей модели такова, что выбранная её форма предполагает прогноз «свободного» движения в классе вращения КА по коническим траекториям, на которых направление кинетического момента динамически симметричного тела остается неизменным в инерциальной системе отсчета. Это позволило получить решение задачи поиска оптимального управления произвольным разворотом КА методом итераций.

Прогноз «свободного» движения будем искать в форме регулярной прецессии динамически симметричного тела. Параметры прогнозирующей модели выбираем из условия максимального приближения движения по прогнозу к реальному движению КА. Обратимся к системе уравнений, описывающих вращение КА на неуправляемом участке ( $\mathbf{M}_y = 0$ ). Для определенности будем считать, что  $OX$  — продольная ось КА. Отметим, что для довольно широкого класса КА  $J_2 \approx J_3$ , но  $J_2 \neq J_3$ . Далее для определенности будем полагать  $J_2 > J_3 \gg J_1$  и  $|J_2 - J_3| \ll J_1$ . Тогда момент  $(J_3 - J_2)\omega_2\omega_3$  будет мал, и его отнесем к возмущениям, а его действием пренебрежем в прогнозе. Для полной интегрируемости уравнений движения КА относительно центра масс (включая кинематические соотношения) примем допущение о динамической симметричности тела. Выберем определенным образом момент инерции вокруг поперечной оси  $J$  так, чтобы  $J_3 < J < J_2$ . С целью уменьшения методических ошибок модели значение момента инерции вокруг поперечной оси  $J$  выбираем из условия неизменности «характеристического уравнения» системы

$$(1 - J_1/J)^2 = (1 - J_1/J_2)(1 - J_1/J_3).$$

Динамика вращения реального КА как твердого тела будет описываться системой уравнений

$$\begin{aligned}
 J_1 \dot{\omega}_1 &= (J_2 - J_3) \omega_2 \omega_3 + M_{XB}; \\
 J \dot{\omega}_2 + (J_1 - J) \omega_1 \omega_3 &= \\
 &= \frac{J}{J_2} M_{YB} + (J(J_3 - J_2 - J_1) / J_2 + J_1) \omega_1 \omega_3; \\
 J \dot{\omega}_3 + (J - J_1) \omega_1 \omega_2 &= \\
 &= \frac{J}{J_3} M_{ZB} + (J(J_3 - J_2 + J_1) / J_3 - J_1) \omega_1 \omega_2.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Моменты, стоящие в правых частях системы (4), суть малые величины — возмущения, и в прогнозирующей модели мы ими пренебрегаем (считаем равными нулю). Тогда прогнозирующая модель принимает вид:

$$\begin{aligned}
 \omega_1 &= \omega_{10} = \text{const}, \\
 J \dot{\omega}_2 + (J_1 - J) \omega_1 \omega_3 &= 0, \\
 J \dot{\omega}_3 + (J - J_1) \omega_1 \omega_2 &= 0.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Решая краевую задачу  $\Lambda(0) = \Lambda_n$ ,  $\Lambda(t_k) = \Lambda_k$  с учетом (5), получим выражения для требуемых угловых скоростей  $\omega_{10}$ ,  $\omega_{20}$ ,  $\omega_{30}$  (на начало неуправляемого участка движения).

Учитывая, что фактическое движение КА отличается от прогнозируемого незначительно, используем метод итеративного наведения для формирования команд управления в процессе разворота. В соответствии с этим принципом вся траектория движения делится на ряд участков, управление на которых отсутствует. Переход от участка к участку осуществляется корректирующими импульсами. Требование к участкам одно — они должны проходить через  $\Lambda(t)$  и  $\Lambda(t_k)$ . Корректирующий импульс сообщается в момент выполнения равенства

$$\Psi_0 = d \cdot \Psi_k,$$

где  $d = \text{const}$ ;  $\Psi_0 = 2 \arccos(\text{sqal}(\Lambda \circ \tilde{\Lambda}_0))$ ;

$$\Psi_k = 2 \arccos(\text{sqal}(\Lambda \circ \tilde{\Lambda}_k)).$$

После каждой коррекции

$$\Lambda_0 = \Lambda(t_n),$$

где  $t_n$  — момент приложения импульса коррекции.

Перед началом разворота  $\Lambda_0 = \Lambda_n$ .

Коэффициент  $d$  обычно выбирают близким к 1. С увеличением  $d$  ( $d > 1$ ) продолжительность неуправляемых участков увеличивается, возмущения накапливаются, что ведет к увеличению расхода топлива. При неограниченном увеличении  $d \rightarrow \infty$

коррекции траектории движения не происходит, и это приводит к недопустимому промаху разворота.

И хотя  $G \rightarrow \min$ ,  $\Delta\Psi > \Delta\Psi_{\text{доп}}$ . При уменьшении  $d$  ( $d < 1$ ) коррекции становятся настолько часты, что управление делается фактически непрерывным; при этом происходит бесконечный перерасчет требуемого направления вектора кинетического момента (величина его остается неизменной), которое практически не изменяется в силу малости участков движения. Такие вычислительные затраты бессмысленны и совершенно неоправданны, так как не снижают расход топлива по сравнению с его расходом при управлении, обеспечивающем разворот КА по конической траектории (в виде регулярной прецессии), т.е.  $G = G_{\text{пер}}$ .

Предлагаемый способ реализует управление угловым движением КА по методу свободных траекторий. Он заключается в коррекции движения КА относительно центра масс в определенные дискретные моменты времени. Вся траектория движения КА будет состоять из чередующихся управляемых и неуправляемых участков и включать в себя участки разгона и торможения, участки свободного движения ( $M_y = 0$ ) и кратковременные участки коррекции траектории вращения. Задача управления состоит в обеспечении для неуправляемых участков таких начальных условий, при которых движение по прогнозу проходит через конечное положение  $\Lambda_k$ . Для этого на начало каждого участка  $t_n$

определяется кватернион разворота  $\Lambda_p^{(n)} = \tilde{\Lambda}(t_n) \circ \Lambda_k$ , по которому рассчитываются требуемые начальные условия  $\omega_{10}$ ,  $\omega_{20}$ ,  $\omega_{30}$  для следующего неуправляемого участка. Для разворота КА достаточно, как правило, одного-трех корректирующих импульсов в зависимости от угла разворота. Оптимизация сводится к определению длительности набора и гашения угловой скорости КА. Управляющие моменты  $M_{y_1}$ ,  $M_{y_2}$ ,  $M_{y_3}$  на участке разгона (торможения) КА определяются двумя условиями:

$$1) M_{y_1} : M_{y_2} : M_{y_3} = K_1 : K_2 : K_3 =$$

$$= J_1 \omega_{10} : J_2 \omega_{20} : J_3 \omega_{30};$$

$$2) |M_{y_i}| \leq U_i, \quad i = \overline{1,3}.$$

Они вычисляются по формуле

$$M_y = K / Q,$$

где  $|Q| = \max_i (|K_i| / U_i)$ .

При этом на участке разгона  $Q > 0$ ,  $K$  — расчетный кинетический момент,  $K_i = J_i \omega_{i0}$ ; на участ-

тке торможения  $Q < 0$ ,  $\mathbf{K}$  — имеющийся фактический кинетический момент,  $K_i = J_i \omega_i$ . На обоих участках  $\mathbf{M}_y = \text{const}$  в инерциальном пространстве.

Продолжительность разгона (торможения)  $\tau$  может быть определена как

$$t_{\text{тор}} \approx t_{\text{раз}} = \tau = t_k \left(1 - \sqrt{1 - 4|Q|/t_k}\right)/2,$$

а время свободного движения

$$t_{\text{св}} = t_k \sqrt{1 - 4|Q|/t_k} \quad (t_k > 4|Q|).$$

Таким образом, управление терминальной переориентацией КА сводится к последовательному выполнению следующих операций.

1. Вычисление кватерниона разворота  $\Lambda_p = \tilde{\Lambda}_n \circ \Lambda_k$  и определение начальных условий для неуправляемого участка  $\omega_{10}, \omega_{20}, \omega_{30}$ . Определение расчетного вектора кинетического момента  $\mathbf{K}^*$  и моментов управления  $M_i$ .

2. Разгон КА до требуемого кинетического момента  $\mathbf{K}^*$ :

$$\mathbf{M}_y = \tilde{\Lambda} \circ \mathbf{M}_p \circ \Lambda, \quad \mathbf{K} \cdot \mathbf{M}_y > 0,$$

$$|\mathbf{K}^*| = \sqrt{(J_1 \omega_{10})^2 + (J_2 \omega_{20})^2 + (J_3 \omega_{30})^2}.$$

3. Свободное движение КА ( $\mathbf{M}_y = 0$ ) до момента  $t_n$ , когда  $\text{sqal}(\Lambda(t_n) \circ \tilde{\Lambda}_0) = \text{sqal}(\Lambda(t_n) \circ \tilde{\Lambda}_k)$ , т.е. до половины угла разворота.

4. Определение в момент времени  $t_n$  нового кватерниона разворота  $\Lambda_p^{(n)} = \tilde{\Lambda}(t_n) \circ \Lambda_k$  и начальных

условий  $\omega_{in}$  для нового участка (новой попадающей траектории). Определение требуемого импульса  $\Delta \mathbf{K}$ :  $\Delta K_i = J_i(\omega_{in} - \omega_i)$ .

Управляющие моменты вычисляются из условий

$$M_i = \Delta K_i / \Delta t,$$

где значение  $\Delta t$  выбирается так, чтобы  $|M_i| \leq U_i$  для

$$i = \overline{1,3}; \Delta t = \max_i (|\Delta K_i| / U_i).$$

Полагая  $t_0 = t_n$ , пункты «3» и «4» повторяются до момента времени, пока

$$2\Psi_k > |\omega| \max_i (|K_i| / U_i).$$

5. Гашение угловых скоростей КА:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{M}_y < 0, \quad \mathbf{M}_y = \tilde{\Lambda} \circ \mathbf{M}_T \circ \Lambda$$

(направление управляющего момента постоянно в инерциальном пространстве).

Требуемые на следующий неуправляемый участок траектории движения угловые скорости  $\omega_{in}$  определяются из условия минимума расхода топлива на дальнейшее управление разворотом КА. Очевидно, в окрестности расчетного вектора  $\omega^*$  угловой скорости можно считать  $\omega_{in} = \chi \omega_{in}^*$ , т.е. направление вектора угловой скорости фиксировано, а его величина подлежит оптимизации:  $|\omega| \rightarrow \text{var}$ . В этом случае расход топлива на завершение маневра переориентации является функцией только параметра  $\chi$ .

Торможение КА начинают с момента выполнения равенства

$$2\Psi_k = |\omega| \max_i (|K_i| / U_i).$$

Точность терминальной ориентации КА  $\Delta \varphi$  связана с ограничениями по времени переориентации ( $T_{\text{зад}}$ ) и конкретными возможностями БЦВМ (главным образом периодичность формирования выходной информации  $\Delta t$ ) и может быть оценена по формуле

$$\Delta \varphi \approx \varphi \Delta t / T_{\text{зад}},$$

где  $\varphi = 2 \arccos(\text{sqal}(\Lambda_n \circ \tilde{\Lambda}_k))$  — угол конечного поворота от исходного положения  $\Lambda_n$  в заданное конечное положение  $\Lambda_k$ .

Возможности БЦВМ предполагаются такими, чтобы точность переориентации могла быть обеспечена на уровне  $0,1^\circ$ . Для скорости  $|\omega| \leq 0,5^\circ/\text{с}$  это возможно при времени решения задачи наведения не более  $0,2$  с. Заметим, что современные бортовые системы управления движением ориентированы на величину  $0,1$  с (имеющаяся в наличии элементная база позволяет это сделать). Таким образом, БЦВМ с периодичностью формирования выходной информации в  $0,1$  с позволяет развернуть КА с расчетной точностью  $0,1^\circ$ .

Решение задачи оптимального управления переориентацией КА проводилось методом совмещенного синтеза на основе алгоритма с прогнозирующей моделью. Реализуемый закон управления инвариантен и субоптимален, не требует точного знания значений параметров модели управления. Экономичность разворота достигается тем, что на большей части разворота управление отсутствует ( $\mathbf{M}_y = 0$ ), а высокая точность обеспечивается орга-

низацией обратной связи по положению при формировании управляющих моментов.

#### 4. Результаты математического моделирования

Приведем численное решение задачи оптимального управления программным разворотом КА с минимальным расходом рабочего тела. Для примера рассмотрим пространственный разворот некоторого КА с инерционными характеристиками

$$J_1 = 63559,2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2, J_2 = 192218,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2,$$

$$J_3 = 176808,9 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$$

из известного начального положения  $\Lambda = \Lambda_n$  в заданное конечное положение  $\Lambda_k$ , при котором оси КА совмещаются с осями опорного базиса  $I$ , за время  $T = 400$  с. При этом считалось, что начальные и конечные угловые скорости нулевые:  $\omega_0 = \omega_T = 0$ . Кватернион  $\Lambda_k = 1$ . Значения элементов кватерниона  $\Lambda_n$ , характеризующие угловое положение КА перед разворотом, были равны

$$\lambda_0 = 0; \lambda_1 = 0,5\sqrt{2}; \lambda_2 = 0,5; \lambda_3 = 0,5.$$

Время переориентации  $T$  определялось исходя из условия  $|\dot{\omega}| \leq 0,5$  °/с. В нашем случае  $\varphi = 180^\circ$ . Поэтому  $T \geq 360$  с. С учетом участков разгона и тор-

можения была выбрана величина  $T = 400$  с. Как правило, ограничение на время переориентации накладывается из условия  $T \geq \varphi / \omega_{cp} + |K^*| / m_0$ , где

$\omega_{cp}$  — средняя угловая скорость разворота;  $m_0$  — максимальная величина управляющего момента;  $K^*$  — расчетное значение кинетического момента, сообщаемого при разгоне КА.

В результате решения кинематической задачи ориентации по переводу КА из положения  $\Lambda(0) = \Lambda_n$  в положение  $\Lambda(T) = \Lambda_k$  (задачи оптимального разворота в импульсной постановке) были получены расчетные значения векторов  $p_0 = \{-0,525721, -0,839268, 0,138728\}$  и  $c_E = \{-0,495347, 0,117250, -0,860746\}$ , где  $c_E = \Lambda_n \circ p_0 \circ \Lambda_n$  — орт расчетного кинетического момента в ИСК. Максимальная величина управляющего момента составила  $m_0 = 25$  Н·м (значение  $m_0$  согласуется с требованиями  $|M_{yi}| \leq U_i$  для всех  $i = 1, 2, 3$ ). Результаты математического моделирования динамики движения КА при оптимальном управлении представлены на рис. 1–3. На рис. 1 изображены графики изменения угловых скоростей в связанной с КА системе координат  $\omega_1(t), \omega_2(t), \omega_3(t)$  по времени. На нем отчетливо видно разделение всего разворота на три характерных этапа — разгон (набор угловой скорости), не-

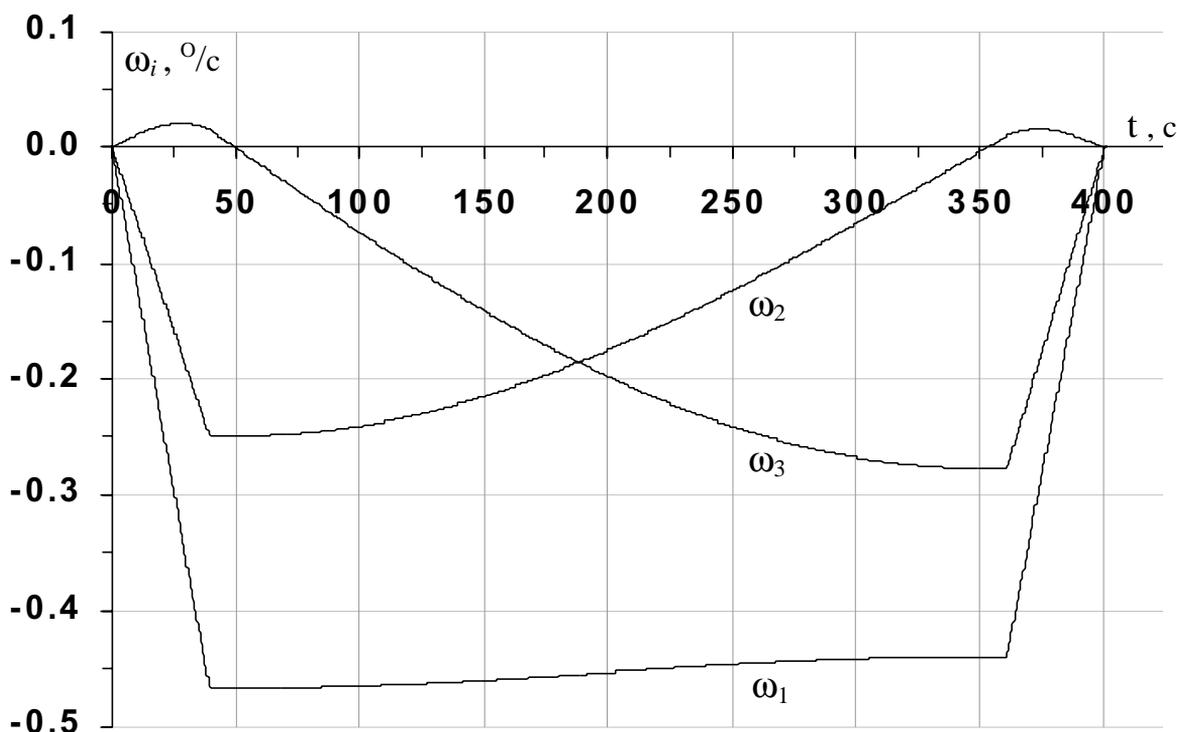


Рис. 1. Графики изменения составляющих угловой скорости  $\omega$  во время разворота

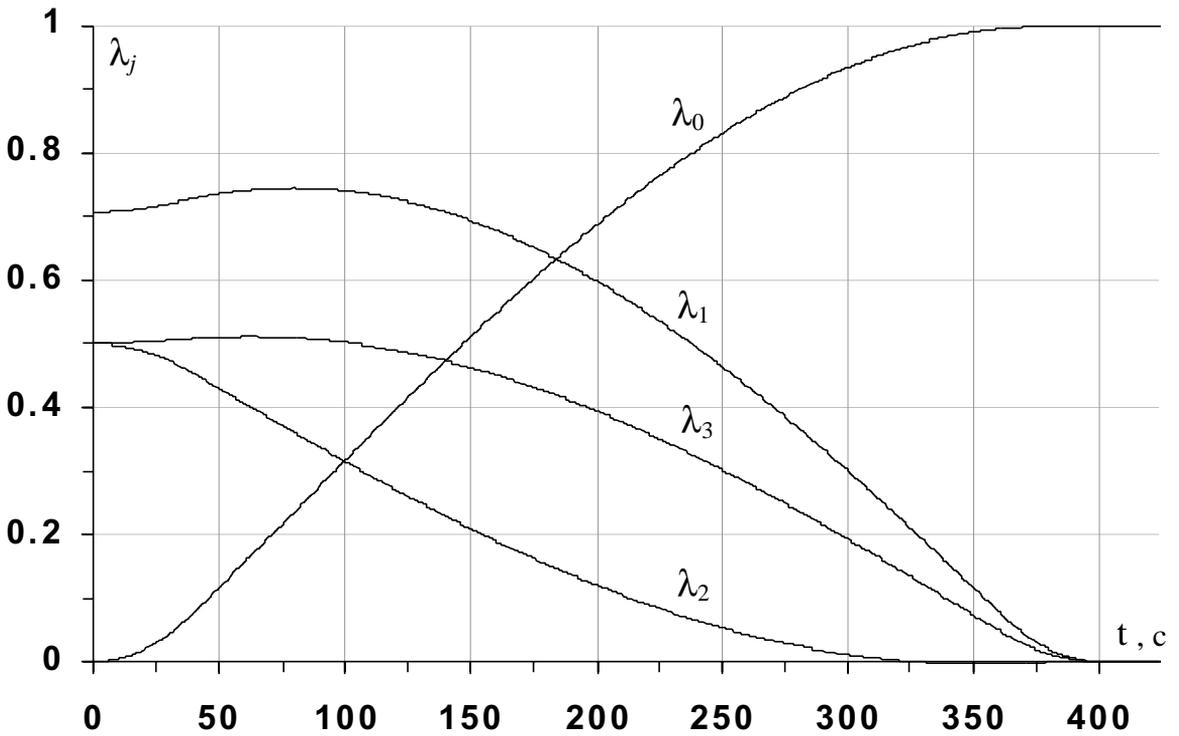


Рис. 2. Графики изменения компонент кватерниона  $L$  во время разворота КА

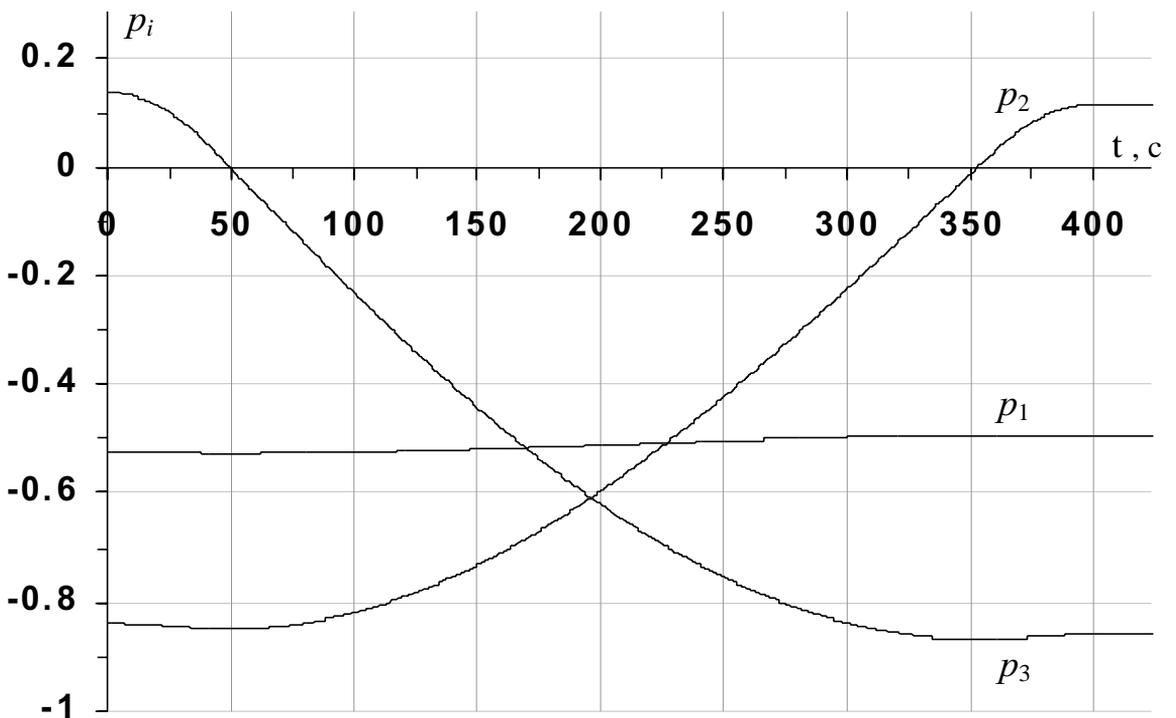


Рис. 3. Графики изменения направляющих косинусов вектора кинетического момента КА (в связанной системе координат) в процессе разворота

управляемое движение КА (управляющие моменты отсутствуют) и торможение аппарата (гашение угловой скорости до нуля). Это подтверждает и закон формирования управления. Поведение скорости изменения величины кинетического момента  $K$  носит релейный характер. Причем длительность

участков разгона  $t_p$  ( $\dot{K} > 0$ ) и торможения  $t_T$  ( $\dot{K} < 0$ ) одинакова и равна  $\tau = 39,4$  с. На рис. 2 отображены графики изменения компонент кватерниона  $\Lambda(t)$ , определяющего текущую ориентацию КА в процессе совершаемого поворотного маневра:

$\lambda_0(t), \lambda_1(t), \lambda_2(t), \lambda_3(t)$ . И, наконец, на рис. 3 приведена динамика изменения координат  $p_1(t), p_2(t), p_3(t)$  во времени. Характерным является незначительное изменение проекции  $p_1$  (составляющая скорости  $\omega_1$  на участке свободного вращения также имеет практически постоянное значение). Это свидетельствует о том, что ось  $OX$  — продольная. В отличие от переменных  $\omega_i$  переменные  $p_i$  и  $\lambda_j$  являются гладкими функциями.

В данном примере численного моделирования динамика движения КА во время разворота (рис. 1—3) приведена для случая, когда основной вклад в качестве возмущающего воздействия вносит гравитационный момент, он не зависит от угловой скорости  $\omega$ , а зависит только от текущей ориентации (от направления на притягивающий центр — Землю в связанной системе координат, положение которой определяется кватернионом  $\Lambda$ ). Орбитальное движение КА считается невозмущенным и подчиняется законам Кеплера в силу малости времени разворота  $T$  по сравнению с периодом обращения по орбите. Орбита КА — эллиптическая, близкая к круговой с параметрами: большая полуось 6850 км, эксцентриситет 0,005, наклонение  $51,6^\circ$ . Вычисление гравитационного момента  $M_{гр}$  не представляет сложностей (расчетные выражения хорошо известны [3, 10]):

$$M_1^{гр} = 3\mu(J_3 - J_2)\gamma_2\gamma_3 / r^3;$$

$$M_2^{гр} = 3\mu(J_1 - J_3)\gamma_1\gamma_3 / r^3;$$

$$M_3^{гр} = 3\mu(J_2 - J_1)\gamma_1\gamma_2 / r^3,$$

где  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  — косинусы углов между направлением на Землю и осями  $X, Y, Z$  связанной системы координат;  $\mu = 398603,2 \text{ км}^3/\text{с}^2$  — гравитационная постоянная Земли;  $r$  — расстояние от центра Земли до центра масс КА, км.

Оси ИСК (опорного базиса  $\mathbf{L}$ ) сориентированы следующим образом: ось  $X_{и}$  направлена из центра Земли в перигей орбиты, ось  $Z_{и}$  — по бинормали орбиты (направление оси  $Z_{и}$  совпадает с векторным произведением радиус-вектора и вектора скорости КА), а ось  $Y_{и}$  лежит в плоскости орбиты и дополняет систему  $OX_{и}Y_{и}Z_{и}$  до правой декартовой системы координат. В начальный момент времени  $t = 0$  орбитальная и инерциальная системы координат совпадают — радиус-вектор КА и ось  $X_{и}$  имеют одинаковые направления. Движение радиус-вектора  $\mathbf{r}$  в ИСК известно (из законов небесной механики).

Радиус-вектор относительно связанных с КА осей определяется выражением

$$\mathbf{r}_E = \tilde{\Lambda}(t) \circ \mathbf{r}(t) \circ \Lambda(t).$$

Направляющие косинусы  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  и момент  $M_{гр}$  вычисляются однозначно.

Была проведена серия численных экспериментов, моделирующих процесс разворота КА. Для каждого разворота из серии были получены оценки эффективности (расход топлива на разворот и ошибка переориентации) разработанных способов управления. При моделировании использовалась математическая модель движения массивного КА типа орбитальной станции, учитывающая значительные гравитационные и аэродинамические моменты, действующие на КА. В качестве основного неучтенного возмущения принималось отклонение фактических моментов инерции КА от расчетных значений. Фактические моменты инерции КА следующие:  $J_X = 118952 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $J_Y = 350467 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $J_Z = 269497 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . В расчетной модели движения они считались такими:  $J_1 = 130000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $J_2 = 330000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ,  $J_3 = 290000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

Средняя угловая скорость при развороте получалась равной  $0,5^\circ/\text{с}$ .

Полученные в результате численного эксперимента оценки расхода топлива  $G$  и точности переориентации  $\sigma$  составили: для двухимпульсного управления  $G = 6,27 \text{ кг}$ , но точность разворота неприемлема ( $\sigma \approx 8^\circ$ ); для итеративного управления  $G = 6,81 \text{ кг}$  при точности разворота  $\sigma = 0,1^\circ$ .

Во всех случаях математического моделирования считалось, что БЦВМ имеет 16-разрядный процессор и выдает управляющую информацию с шагом не реже  $0,2 \text{ с}$ .

Для сравнения приведем значения тех же показателей применительно к тому же КА для разворота по методу экстенсивного управления [4] и разворота в виде регулярной прецессии (одновременного вращения вокруг продольной и неподвижной в пространстве поперечной осей КА):  $G_s = 8,45 \text{ кг}$ ,  $G_{рег} = 7,68 \text{ кг}$ .

## Выводы

В работе рассмотрена и решена задача оптимального управления пространственным разворотом КА с минимальным расходом топлива. Дается численная реализация оптимального решения поставленной задачи. Показано, что оптимальное решение принадлежит классу двухимпульсного управления. Математическое моделирование подтвердило, что данное управление является оптимальным и с учетом внешних возмущающих мо-

ментов. Для повышения точности разворота по положению необходимо управлять вектором кинетического момента КА уже в процессе разворота, по фактическим параметрам движения. Представленный в работе квазиоптимальный способ управления переориентацией КА инвариантен как к внешним возмущениям, так и к параметрическим ошибкам модели. Он реализует управление, при котором коррекция движения происходит импульсно в дискретные моменты времени. Этот способ обеспечивает необходимую точность переориентации без отказа от управления по «свободным траекториям». Кинетический момент КА в этом случае изменяется лишь в определенные моменты времени импульсно. Численное моделирование показало, что управление по методу свободных траекторий и с учетом гравитационных и аэродинамических моментов является эффективным и достаточно близко к оптимальному. Разработанные законы управления позволяют снизить на 20—35 % затраты топлива на разворот современных КА.

#### Summary

An optimal control problem for a spatial maneuver is described and solved to change a spacecraft orientation with minimum fuel consumption. It is shown that optimal solution belongs to the two-impulse control class. The spacecraft orientation maneuver under this control performs as a free (uncontrolled) motion. Control techniques based on the free trajectories technique are proposed to enhance implementation accuracy for predefined spacecraft angular attitude. The synthesized controls are invariant both to external disturbances and parametrical errors. Results of mathematical modeling are given to demonstrate high efficiency of the proposed control algorithms as well as their practical feasibility.

#### Библиографический список

1. *Бранец В.Н., Шмыглевский И.П.* Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. — М.: Наука, 1973.
2. *Красовский А.А.* Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. — М.: Наука, 1973.
3. *Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н.* Управление ориентацией КА. — М.: Наука, 1974.
4. *Алексеев К.Б., Бебенин Г.Г.* Управление космическими летательными аппаратами. — М.: Машиностроение, 1974.
5. *Зубов Н.Е.* Оптимальное управление терминальной переориентацией КА на основе алгоритма с прогнозирующей моделью // Космич. исслед. 1991. Т.29. Вып.3.
6. *Челноков Ю.Н.* Управление ориентацией КА, использующее кватернионы // Космич. исслед. 1994. Т.32. Вып.3.
7. *Ваньков А.И.* Адаптивное робастное управление угловым движением КА с использованием прогнозирующих моделей. // Космич. исслед. 1994. Т.32. Вып.4-5.
8. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. — М.: Наука, 1983.
9. *Левский М.В.* Оптимальное управление программным разворотом космического аппарата // Космич. исслед. 2003. Т. 41. № 2.
10. *Маркеев А.П.* Теоретическая механика. — М.: Наука, 1990.
11. *Левский М.В.* Система управления пространственным разворотом КА. Патент на изобретение № 2006431 РФ// Бюллетень «Изобретения. Заявки и патенты». 1994. № 2.

НИИ КС ГКНПЦ им. М.В. Хруничева  
Статья поступила в редакцию 9.10.2007