

АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ ПРОДОЛЬНЫМ КРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИМ ДВИЖЕНИЕМ САМОЛЕТА, ОПТИМАЛЬНЫХ ПО МОДИФИЦИРОВАННОМУ МНОГОВАРИАНТНОМУ КРИТЕРИЮ ОБОБЩЕННОЙ РАБОТЫ

Сергей Игоревич РЫБНИКОВ родился в 1936 г. в городе Москве. Профессор МАИ. Доктор технических наук. Основные научные интересы — в области автоматического управления технологическими процессами, движущимися объектами, крупномасштабных технико-экологических взаимодействий. Автор более 100 научных работ.

Sergey I. RYBNIKOV, D.Sci., was born in 1936, in Moscow. He is a Professor at the MAI. His research interests are in automatic control for moving objects as well as large-scale techno-ecological interactions. He has published over 100 technical paper.

Хоанг Минь Дак родился в 1976 г. во Вьетнаме. Аспирант МАИ. Основные научные интересы — в области автоматического управления движущимися объектами. Автор трех научных работ.

HOANG MINH DAC, was born in 1976, in Vietnam. He is a Postgraduate Student at the MAI. His research interests are in automatic control for moving objects. He has published 3 technical papers.

Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов (АКОР) по модифицированному многовариантному критерию обобщенной работы применяется для параметрического синтеза законов управления продольным короткопериодическим движением гипотетического пассажирского среднемагистрального самолета, порождая гаммы оптимальных систем с различным быстродействием и энергетической платой за управление.

Введение. Постановка задачи

В АКОРе по критерию обобщенной работы [1] подынтегральное выражение интегрального квадратичного аддитивного критерия содержит взвешенную оценку мощности, развиваемой исполнительными устройствами при управлении. В настоящей работе при решении задач управления движением самолета эта оценка дополняется взвешенной оценкой мощности вариаций аэродинамических сил, возникающих в связи с реализацией управления, дополнительных к силам, связанным с установившимся движением. Далее, вводится общий весовой множитель K_M при сумме взвешенных мощностей. При его дискретном варьировании АКОРом для каждой синтезируемой системы управления формируется гамма законов управления, различающихся доставляемыми системе сочетаниями быстродействия и относительных затрат энергии на управление. Высокое качество процессов в вариантах системы, как будет видно на примерах, в основном обеспечивается выбором весовых коэффициентов базового варианта критерия при $K_M = 1$. Описанная методология применяется для параметрического синтеза локальных астатических систем автоматического управления продольным коротко-

периодическим движением гипотетического пассажирского среднемагистрального самолета: астатической системы управления нормальной избыточной перегрузкой Δn_y (САУ Δn_y), содержащей астатический автомат продольного управления АПУ, а также системы управления его углом тангажа ϑ (САУ ϑ) со статическим автопилотом тангажа (АП ϑ) с внутренней связью по Δn_y . Структура систем выбрана с учетом природных условий в регионе предполагаемого использования пока гипотетического самолета, в частности во Вьетнаме. На приводимых ниже примерах синтеза систем управления будет показано, что в практических случаях варьирование K_M в достаточно широких пределах позволяет управлять характером переходных процессов, в зависимости от конкретных требований организуя более быстрый или менее энергонапряженный частный маневр управления, при сохранении высокого качества переходных процессов.

Структура решаемых задач следующая. Для каждого расширенного объекта управления с n -мерным вектором фазовых координат X , в случае единственного управляющего воздействия $u(t)$, описанного

матричным уравнением с квадратной матрицей A коэффициентов внутренних связей и матрицей-столбцом B коэффициентов при управляющем воздействии,

$$dX/dt = AX + Bu, \quad (1)$$

определяется закон управления

$$u = -KX, \quad (2)$$

минимизирующий интегральную квадратичную функцию:

$$J = \int_0^{\infty} (X^T Q X + Ru^2) dt.$$

Матрица коэффициентов закона управления K определяется как $K = R^{-1} B^T S$ с помощью решения уравнения Риккати для S :

$$A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q = 0$$

или на основе вариационного подхода, в частности решением уравнения Эйлера—Пуассона [2], она зависит от скаляра R и матрицы Q , элементы которой в базовом варианте задачи определяются на основе правила равных вкладов максимальных по модулю вариаций переменных, с последующим итеративным уточнением по результатам математического моделирования синтезированных систем. Запишем соотношения, определяющие входящие в конкретные решаемые здесь задачи исходные матрицы.

1. Уравнения расширенного объекта управления

Матричные уравнения расширенного объекта управления составлены из стандартных уравнений [3] продольного короткопериодического движения самолета. Они включают в себя уравнения моментов в проекциях на связанную ось z , сил в проекциях на нормаль к траектории (с учетом непосредственного влияния отклонения руля высоты на нормальную перегрузку), кинематических связей, записанных со стандартными обозначениями коэффициентов c_1 и т.д., а также следящего рулевого привода (с собственной частотой недемпфированных колебаний $\Omega_{pp} = 10 \text{ с}^{-1}$ и относительным коэффициентом демпфирования $\xi = 0,7$).

Уравнения записаны в лапласовой форме при нулевых начальных условиях, в малых приращениях от установившихся, в частности балансировочных, значений, символы которых опущены, в них s — комплексная лапласова переменная, $\omega_z = \omega_z(s) = s\vartheta$, $\Delta n_y = \Delta n_y(s)$, $\vartheta = \vartheta(s)$, $\delta_B = \delta_B(s)$,

$u = u(s)$ — изображения отклонений фазовых координат объекта управления — угловой скорости относительно связанной оси z , нормальной избыточной перегрузки, угла тангажа, угла отклонения руля высоты, управляющего сигнала, соответственно.

Для синтеза САУ Δn_y уравнение (1) принимает в форме

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_z \\ \Delta n_y \\ \Delta n_{yi} \\ \dot{\delta}_B \\ \delta_B \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_1 + c_5 & \frac{g}{c_6} \left(\frac{c_2}{c_4} - c_5 \right) & 0 & 0 & c_3 - \frac{c_2 c_9}{c_4} \\ -\frac{c_4 c_6}{g} & c_4 & 0 & -\frac{c_6 c_9}{g} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\xi\Omega_{pp} & \Omega_{pp}^2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \omega_z \\ \Delta n_y \\ \Delta n_{yi} \\ \dot{\delta}_B \\ \delta_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Omega_{pp}^2 \\ 0 \end{bmatrix} u. \quad (1.1)$$

Для синтеза САУ ϑ уравнение (1) имеет вид

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \omega_z \\ \Delta n_y \\ \vartheta \\ \dot{\delta}_B \\ \delta_B \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} c_1 + c_5 & \frac{g}{c_6} \left(\frac{c_2}{c_4} - c_5 \right) & 0 & 0 & c_3 - \frac{c_2 c_9}{c_4} \\ -\frac{c_4 c_6}{g} & c_4 & 0 & -\frac{c_6 c_9}{g} & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\xi\Omega_{pp} & \Omega_{pp}^2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \omega_z \\ \Delta n_y \\ \vartheta \\ \dot{\delta}_B \\ \delta_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Omega_{pp}^2 \\ 0 \end{bmatrix} u. \quad (1.2)$$

В расчетных примерах принято:

c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_9
0,15	0,95	0,5	0,7	0,05	4,5	0,1

Расчетный расширенный объект управления имеет умеренную колебательность при длительности переходных процессов около 9 с (рис. 1).

Вектор-строка его искомым коэффициентов:

$$K = (-K_{\omega}, -K_n, -K_{\delta}, K_{\delta}, K_{\delta}).$$

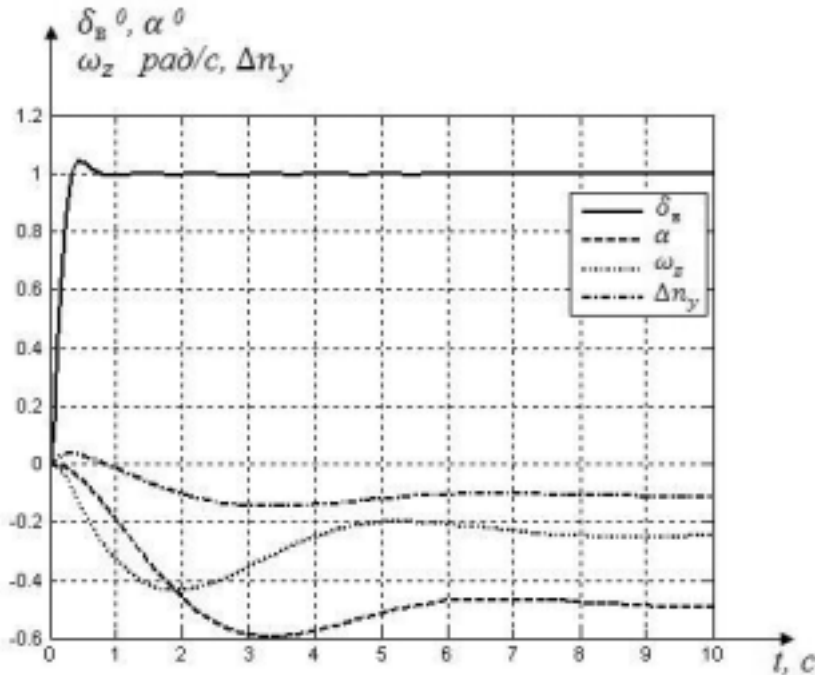


Рис. 1. Переходные функции расширенного объекта управления

2. Законы управления

Первичный закон управления (2) астатического АПУ имеет вид

$$u(s) = -K_{\delta} \dot{\delta}_B(s) - K_{\delta} \delta_B(s) + K_{\omega} \omega_z(s) + \left(K_n + \frac{K_{ni}}{s} \right) (\Delta n_y(s) - \Delta n_{y, \text{узадан}}(s)) \quad (2.1)$$

или

$$u(s) = -K_{\delta} \dot{\delta}_B(s) - K_{\delta} \delta_B(s) + K_{\omega} \omega_z(s) + K_n \Delta n_y(s) + \frac{K_{ni}}{s} (\Delta n_y(s) - \Delta n_{y, \text{узадан}}(s)).$$

Вектор-строка его искомым коэффициентов:

$$K = (-K_{\omega}, -K_n, -K_{ni}, K_{\delta}, K_{\delta}).$$

При прочих равных условиях вариант закона управления (2.1) придает системе большее быстродействие, ниже в анализе рассмотрен он.

Первичный закон управления (2) статического АП здесь

$$u(s) = -K_{\delta} \dot{\delta}_B(s) - K_{\delta} \delta_B(s) + K_{\omega} \omega_z(s) + K_n \Delta n_y(s) + K_{\delta} (\vartheta(s) - \vartheta_{\text{задан}}(s)). \quad (2.2)$$

Получаемые АКОРОм первичные законы управления с полной информацией о расширенном объекте управления технически не всегда рациональны и для практического применения могут корректироваться. В рассматриваемых примерах эти законы требуют введения обратных связей по $\dot{\delta}_B$ и δ_B . При приближенном учете лишь последней из указанных связей законы управления (2.1) и (2.2) представимы в виде

$$u(s) = (1 + K_{\delta})^{-1} \times \left[K_{\omega} \omega_z(s) + \left(K_n + \frac{K_{ni}}{s} \right) (\Delta n_y(s) - \Delta n_{y, \text{узадан}}(s)) \right] = K_{\omega 1} \omega_z(s) + \left(K_{n1} + \frac{K_{ni1}}{s} \right) (\Delta n_y(s) - \Delta n_{y, \text{узадан}}(s)); \quad (2.1')$$

$$u(s) = (1 + K_{\delta})^{-1} \times \left[K_{\omega} \omega_z(s) + K_n \Delta n_y(s) + K_{\delta} (\vartheta(s) - \vartheta_{\text{задан}}(s)) \right] = K_{\omega 1} \omega_z(s) + K_{n1} \Delta n_y(s) + K_{\delta 1} (\vartheta(s) - \vartheta_{\text{задан}}(s)). \quad (2.2')$$

В ряде расчетных случаев закон управления перегрузкой Δn_y требует введения положительной обратной связи по перегрузке, повышающей качество

переходных процессов в приближенной модели системы, но способной привести к росту колебаний тонов, не учитываемых в ней. Для исключения такого риска указанная связь может быть приближенно заменена отрицательными обратными связями и фильтрами, близкими по влиянию на переходные процессы в системе. Вариант такой замены — это, во-первых, коррекция передаточных коэффициентов K_{ω} и $K_{\omega 1}$ из условия примерного сохранения колебательности внутреннего контура управления при отказе от связи по Δn_y , во-вторых, последовательное включение в цепи обратной связи, внешние по отношению к связи по ω_z , корректирующего фильтра, в простейшем случае — аperiodического с передаточной функцией

$$W_f(s) = K_f / (T_f s + 1),$$

где $K_f = (\Omega_2 / \Omega_0)^2$, $T_f = \pi(\Omega_2^{-1} - \Omega_0^{-1})$; Ω_0, Ω_2 — значения нижней собственной частоты недемпфированных колебаний внутреннего контура управления при наличии и отсутствии расчетной связи по Δn_y соответственно (расчеты коррекции просты и не приводятся). При $K_n < 0$ законы управления (2.1') и (2.2'), преобразованные указанным способом, приобретают вид

$$u(s) = K_{\omega 1} \omega_z(s) + W_f(s) \frac{K_{n1}}{s} (\Delta n_y(s) - \Delta n_{y \text{ задан}}(s)); \quad (2.1'')$$

$$u(s) = K_{\omega 1} \omega_z(s) + W_f(s) K_{\vartheta 1} (\vartheta(s) - \vartheta_{\text{задан}}(s)). \quad (2.2'')$$

Последний, в целях повышения запаса устойчивости системы, целесообразно заменить законом

$$u(s) = K_{\omega 1} \omega_z(s) + K_{\vartheta 1} (K_f \vartheta(s) - W_f(s) \vartheta_{\text{задан}}(s)). \quad (2.2''')$$

Ниже приводятся результаты синтеза и математического моделирования САУ Δn_y и САУ ϑ гипотетического самолета, построенных с законами управления, полученными непосредственно АКОРОм и дополнительно преобразованными описанными способами, при варьируемом параметре K_M .

3. Формирование подынтегральных выражений критериев оптимальности для синтеза первичных законов управления (2.1), (2.2)

Критерий оптимальности, предопределяющий решение задачи синтеза управления, формируется

по эмпирическим правилам, применимость которых в каждом конкретном случае проверяется тематическим моделированием. Выберем структуру и параметры матриц Q и R , варьируемые с целью получения гаммы проектных решений, при работе различающихся мощностью управляющих воздействий и аэродинамических сил, требуемых для реализации переходных процессов в системе, и динамическими свойствами проектируемой системы. В решаемых здесь задачах размерности $n \times n$ матриц Q и A одинаковы, $n = 5$. Для базовых вариантов задач синтеза, при $K_M = 1$, в подынтегральном выражении критерия из слагаемых функции $X^T Q X$ с множителями δ_B^2 и δ_B^2 и члена $R u^2$ сформируем первую энергетическую (мощностную) функцию, связанную с непосредственными энергозатратами на управление:

$$R u^2 + q_{(n-1, n-1)} \delta_B^2 + q_{nn} \delta_B^2 = F_{1\vartheta}.$$

Остальную часть подынтегрального выражения назовем точностной функцией F_T .

Сформируем также вторую мощностную функцию, связанную с относительной мощностью аэродинамических сил при маневре, $F_{2\vartheta}$.

Оценки показали, что для целей синтеза управления приемлема аппроксимирующая формула вида

$F_{2\vartheta} = a_1 \dot{\alpha}^2 + a_0 \alpha$, во избежание введения $\dot{\alpha}$ в закон управления с помощью кинематических соотношений сводящаяся к форме

$F_{2\vartheta} = b_{11} \omega_z^2 + b_{21} \omega_z \Delta n_y + b_{22} \Delta n_y^2$ — оба выражения с эмпирическими коэффициентами. Параметры матрицы Q и, следовательно, функций $F_{1\vartheta}$ и F_T определяются на основе правила равных вкладов максимальных по модулю величин, примененного к функциям и их слагаемым, с последующей коррекцией.

Далее подынтегральное выражение критерия $X^T Q X + R u^2$ представляется как

$F = K_M F_{1\vartheta} + (K_M - 1) F_{2\vartheta} + F_T$, и при его возврате к матричной форме $R = 1$ домножается на K_M , а большая часть ненулевых элементов матрицы Q представляется линейными функциями от K_M .

Выполнив указанные расчеты для случая синтеза законов управления (2.1) и (2.2), получаем $R = K_M$, а ненулевые элементы матрицы Q — в виде

$$q_{11} = 24,5 + 0,5 K_M, \quad q_{21} = 17,25 - 2,25 K_M,$$

$$q_{22} = 12,5 + 17,5 K_M,$$

$q_{33} = 90$ — для синтеза закона управления (2.1);

$q_{33} = 10$ — для синтеза закона управления (2.2);
 $q_{44} = 0,024K_M, q_{55} = 1K_M$.

Возникающие при некоторых значениях K_M отрицательные значения какого-либо элемента матрицы Q являются «сигнализаторами» границ полной применимости метода и при целесообразности выхода за эти границы заменяются нулевыми значениями. Такое обнуление коэффициента q_{21} допустимо в связи с малостью нормируемого им произведения.

4. Результаты синтеза САУ Δn_y при варьируемом параметре K_M и математического моделирования синтезированной системы

При синтезе рассматриваемой системы получены параметры законов управления (2.1), (2.1'), (2.1'') в функции варьируемого коэффициента K_M , частично иллюстрируемые рис. 2, из которого видно существенное влияние K_M на параметры и, следовательно, динамические свойства системы.

На рис. 3 приведены переходные функции $h(t)$ в САУ Δn_y перегрузкой самолета при различных значениях K_M , на рис. 4 — зависимости от K_M параметров переходных процессов в системе: времени регулирования $t_{рег}$, времени t_H нарастания $h(t)$ до уровня 1/2, максимальной скорости \dot{h}_{max} , пере-

регулирования η . Как видно из графиков, рост K_M ведет к замедлению нарастания переходных процессов, а при $K_M > 1$ — к росту колебательности системы и снижению ее быстродействия. Так, на промежутке $0,1 \leq K_M \leq 10$ десятикратное увеличение K_M ведет к 2–12-кратному снижению передаточных коэффициентов АПУ, 40%-ному росту времени t_H и в области $K_M \geq 1$ — к более чем 2,5-кратному росту времени $t_{рег}$.

Одновременно рост K_M ведет к снижению относительных средней мощности $\bar{N}_{сред1}$ и работы

$\bar{A}_{сред1}$ исполнительных устройств, потребных для реализации переходных процессов, однако в связи с ростом колебательности в системе не ведет к такому снижению мощности и работы дополнительных аэродинамических сил $\bar{N}_{сред2}$ и $\bar{A}_{сред2}$ (рис. 5).

В области монотонных переходных функций, при $K_M < 1$, десятикратный его рост ведет к 1,8–2,4-кратному снижению энергоемкости переходных процессов.

5. Результаты синтеза САУ ϑ при варьируемом параметре K_M и анализа синтезированной системы методом математического моделирования

При синтезе САУ ϑ с варьируемым K_M получены параметры законов управления и переходных функций, иллюстрируемые графиками рис. 6–10.

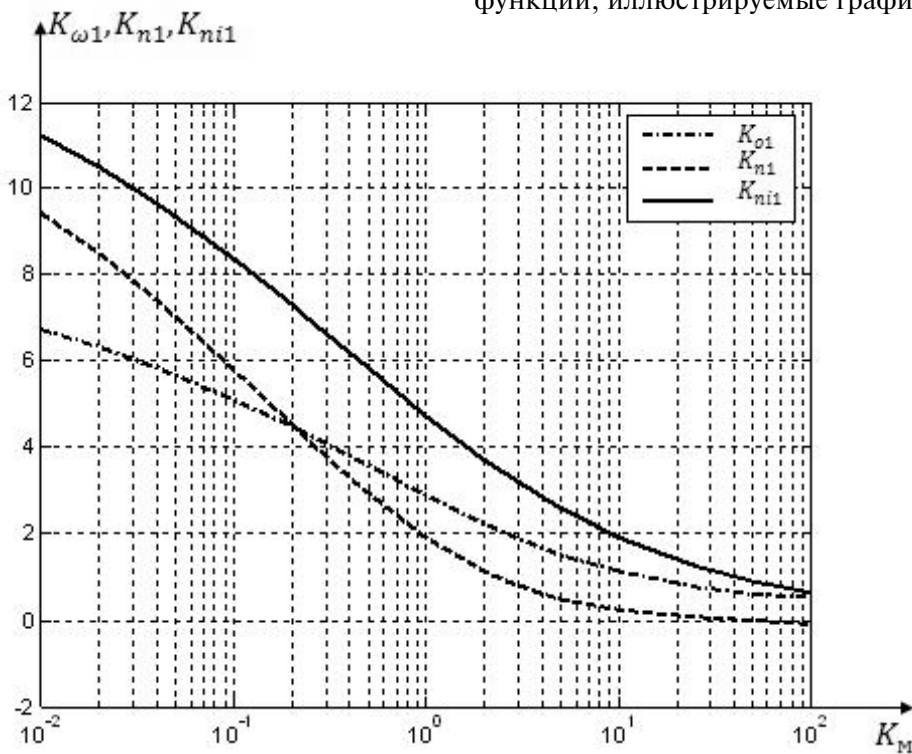
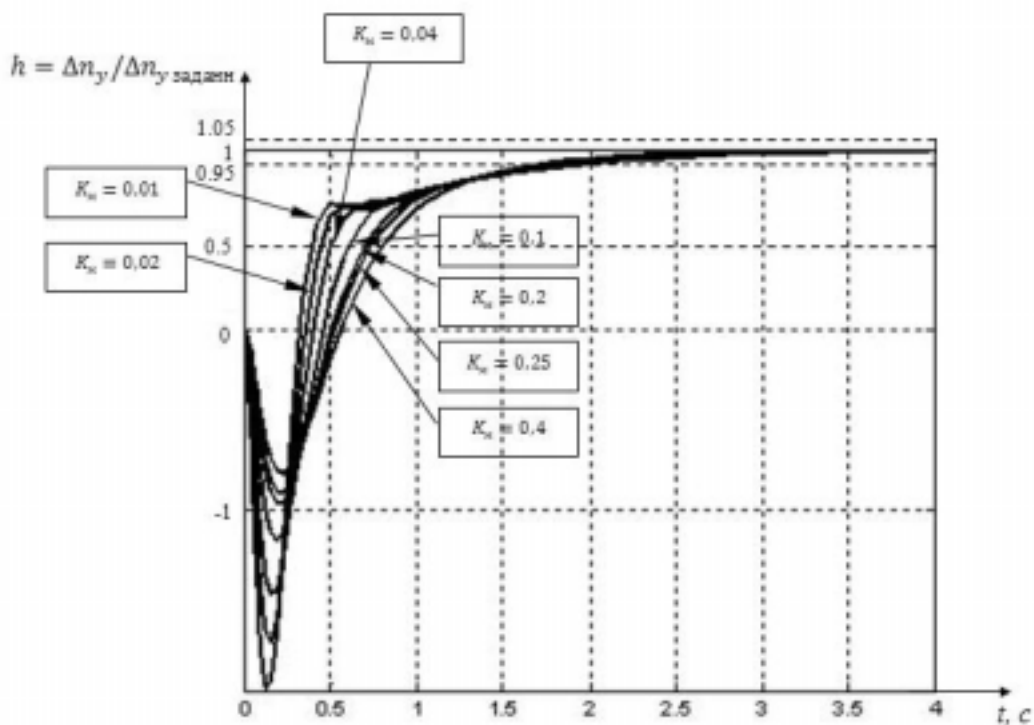
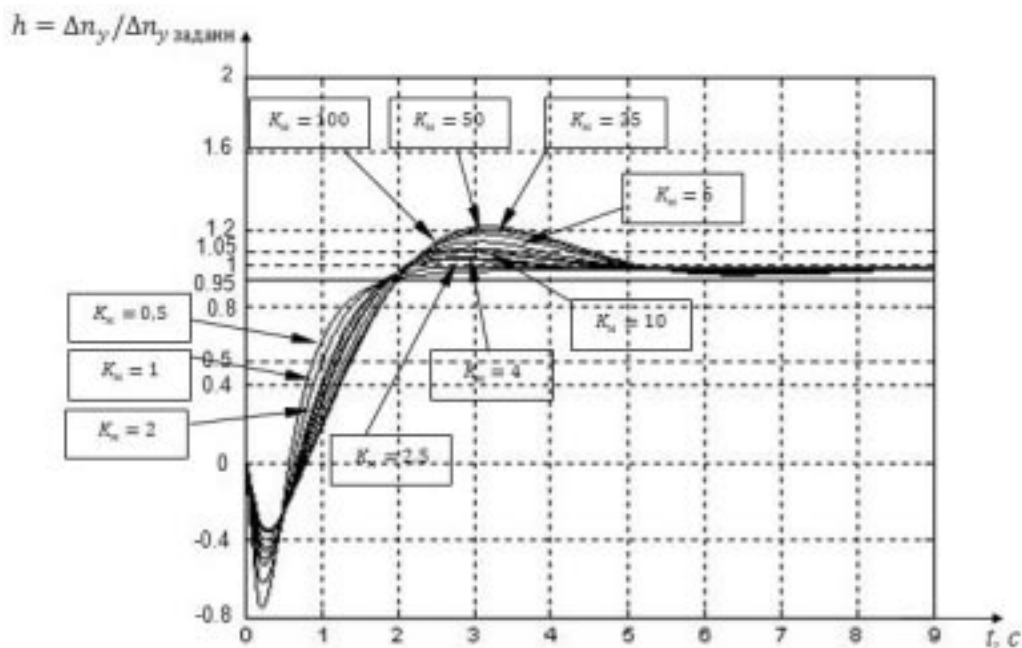


Рис. 2. Параметры законов управления нормальной избыточной перегрузкой самолета в функции коэффициента K_M



a)



б)

Рис. 3. Переходные функции в САУ Δn_y при малых (а) и больших (б) значениях K_M

На рис. 6 приведены зависимости от K_M коэффициентов законов управления: (2.2') — сплошные линии, (2.2'') — пунктир (а), а также параметров входящего в законы управления (2.2'') и (2.2''') фильтра (б).

На рис. 7 приведены переходные функции $h(t) = \frac{\vartheta(t)}{\vartheta_{\text{заданн}}}$ в САУ ϑ при различных значениях K_M ,

при использовании закона управления (2.2) (рис. 7, а, б) и (2.2''') (рис. 7, в, г).

На рис. 8 приведены зависимости времени регулирования $t_{\text{рег}}$ от параметра K_M в САУ ϑ .

Здесь и далее решения, полученные при использовании точного оптимального закона управления (2.2), отображаются сплошными линиями, при использовании приближенного закона управления (2.2''') — пунктиром.

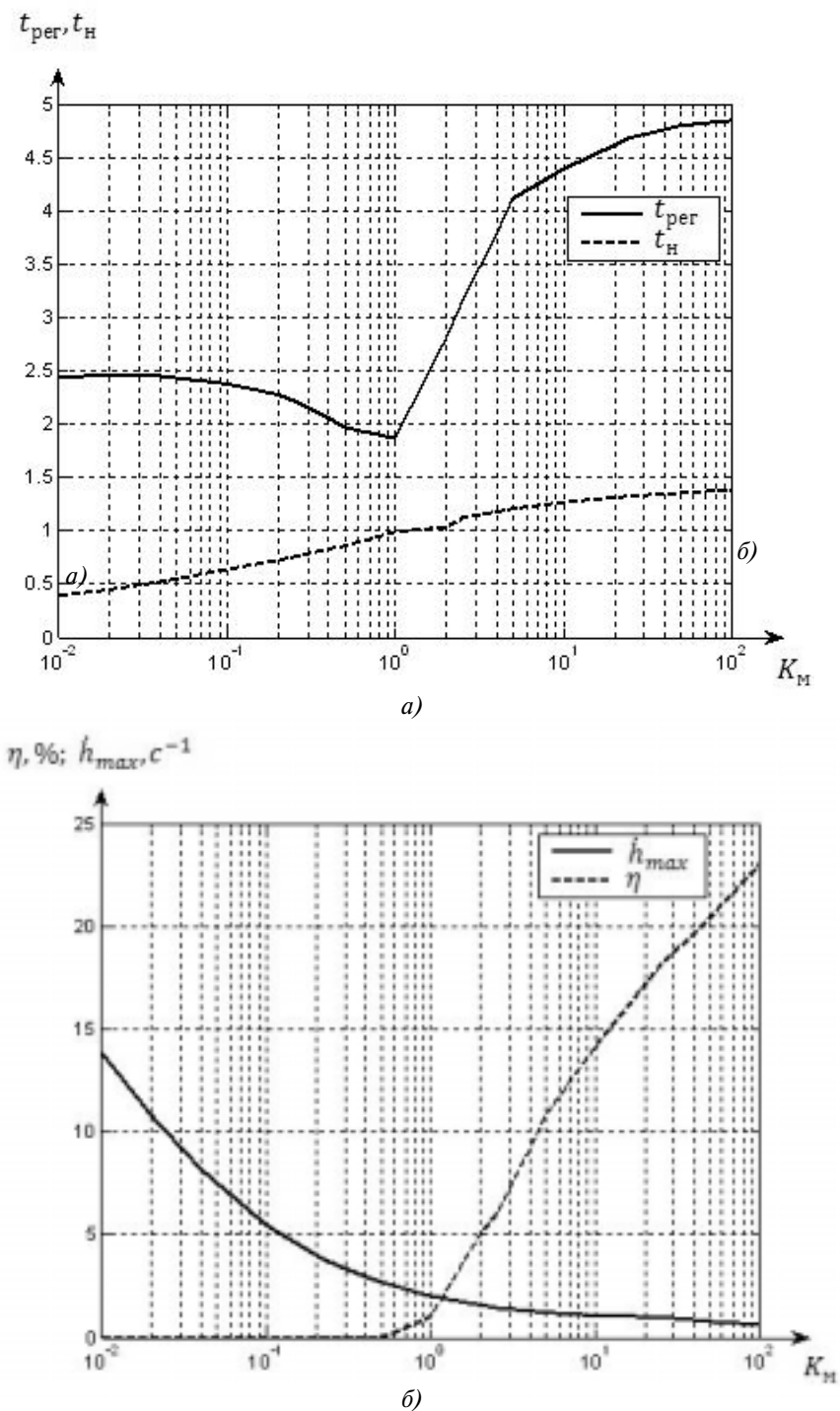


Рис. 4. Зависимость параметров переходных функций в САУ Δn_y от K_M

На рис. 9 приведены зависимости от коэффициента K_M максимальных значений весовой функции $w_{max} = \dot{h}_{max}$ и относительного уровня максимальной нормальной избыточной перегрузки $\Delta \bar{n}_{y,max}$ (нормированной ее значением при $K_M = 1$), полученных в переходных функциях (см. рис. 7).

На рис. 10 приведены полученные при математическом моделировании САУ ϑ зависимости сред-

ней относительной мощности рулевого привода и дополнительных аэродинамических сил за время переходного процесса, \bar{N}_1 и \bar{N}_2 , соответственно, (a), а также соответствующих относительных значений работ \bar{A}_1 и \bar{A}_2 (б).

Как видно из графиков, в рассматриваемой задаче переменный параметр K_M является эффективным инструментом воздействия на динамические

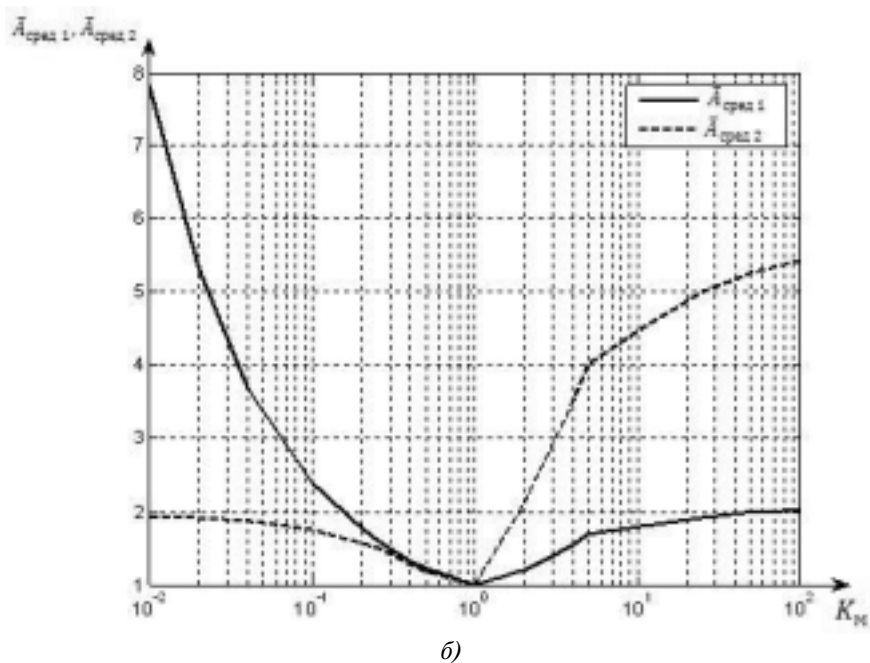
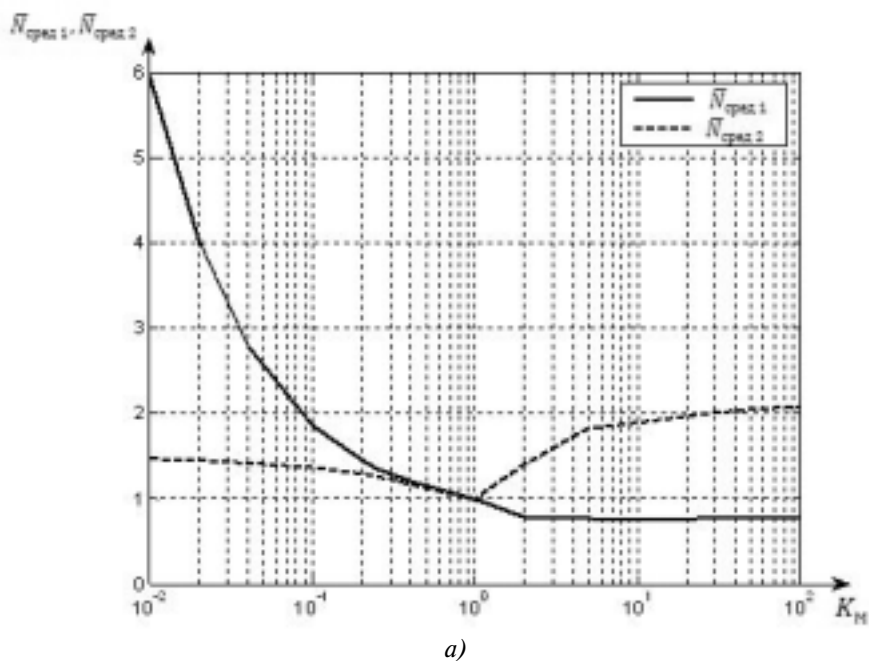
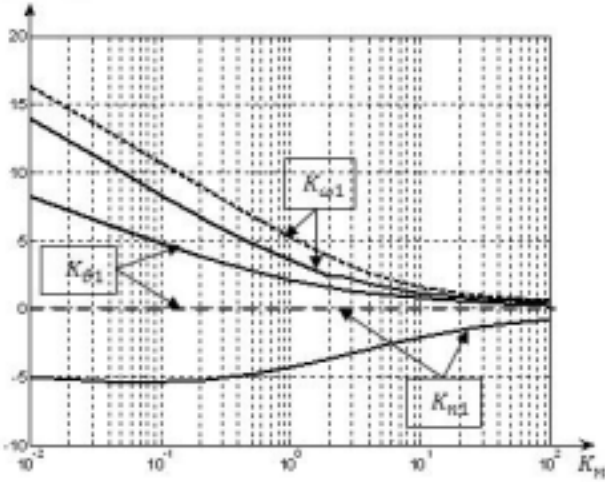


Рис. 5. Зависимость от K_M относительных средних мощностей исполнительных устройств $\bar{N}_{\text{сред}1}$ и аэродинамических сил $\bar{N}_{\text{сред}2}$ (а), а также соответствующих относительных работ $\bar{A}_{\text{сред}1}$ и $\bar{A}_{\text{сред}2}$ (б)

свойства системы управления. Изменение K_M в широких пределах относительно базового значения $K_M = 1$ существенно отражается на параметрах и динамических свойства системы. На промежутке $0,1 \leq K_M \leq 10$ десятикратное увеличение K_M вызывает 2,3–3,2-кратное снижение коэффициентов отрицательных обратных связей в системе управления, 40–130%-ный рост длительности переходных процессов, от 16%-ного до 2,2-кратного снижения

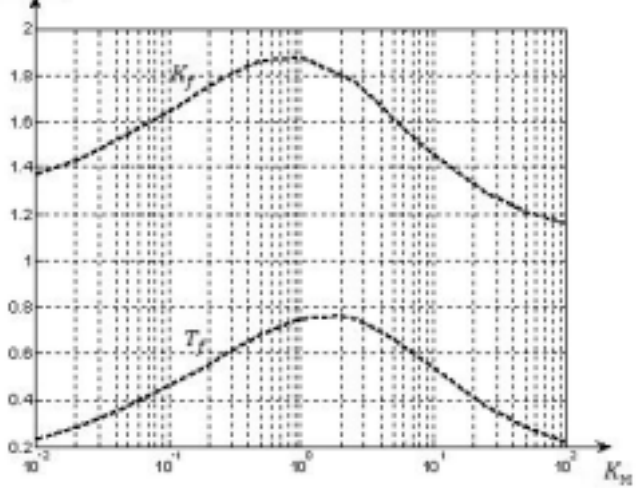
энергозатрат на выполнение переходных процессов. В области $K_M < 1$ наиболее эффективно влияние K_M на энергозатраты на управление. Занижение K_M неэффективно: при малом росте быстродействия системы с уменьшением K_M резко растут энергозатраты на управление. В области $K_M > 1$ с ростом K_M растет время переходного процесса и энергоэффективность управления. Это область наиболее рационального применения методики для построения

$K_{\omega 1}, K_{\theta 1}, K_{\Delta \text{куч}}1$



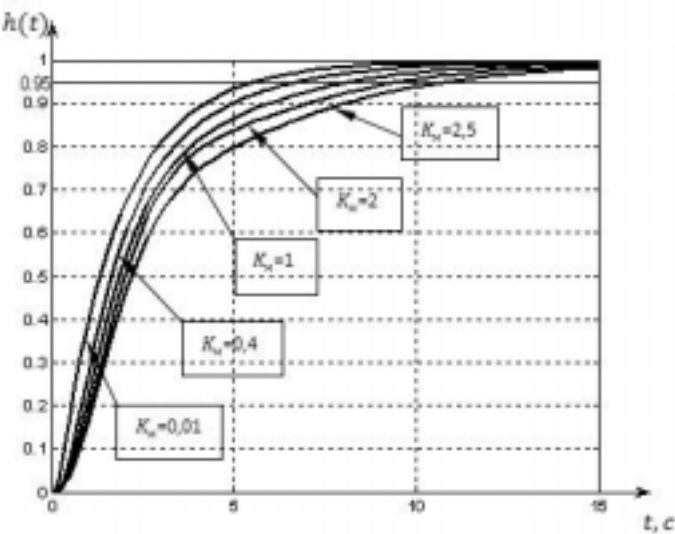
а)

K_f, T_f

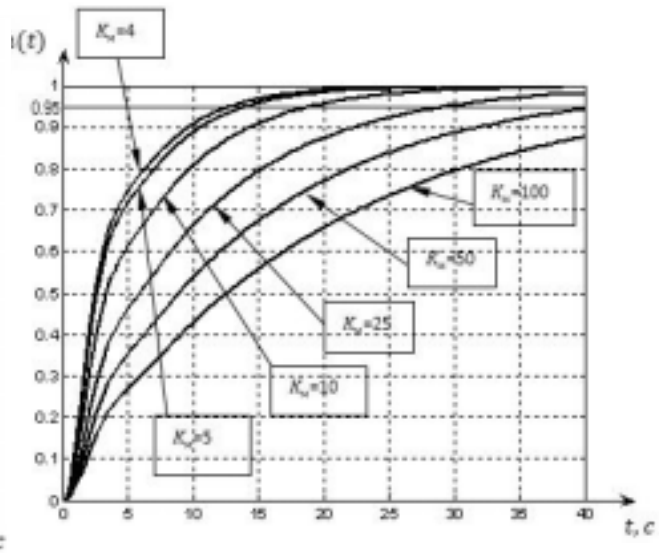


б)

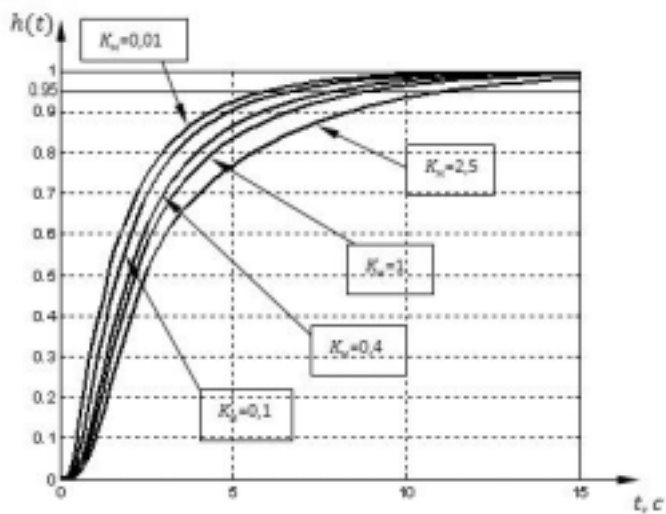
Рис. 6. Зависимости параметров законов управления САУ ϑ от K_M



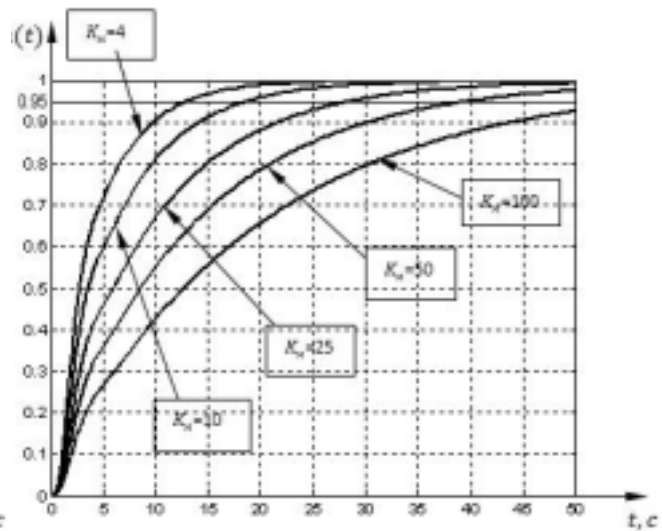
а)



б)



в)



г)

Рис. 7. Переходные функции в САУ ϑ при различных значениях K_M , при использовании точного (а, б) и приближенного (в, г) оптимального закона управления

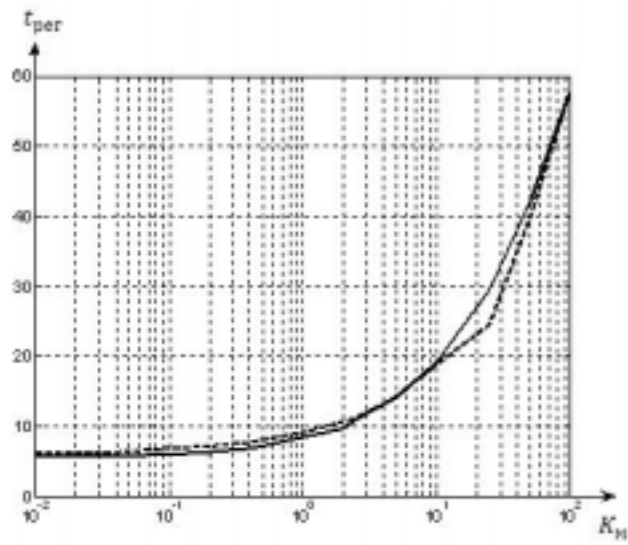


Рис. 8. Зависимость времени регулирования САУ ϑ от K_M

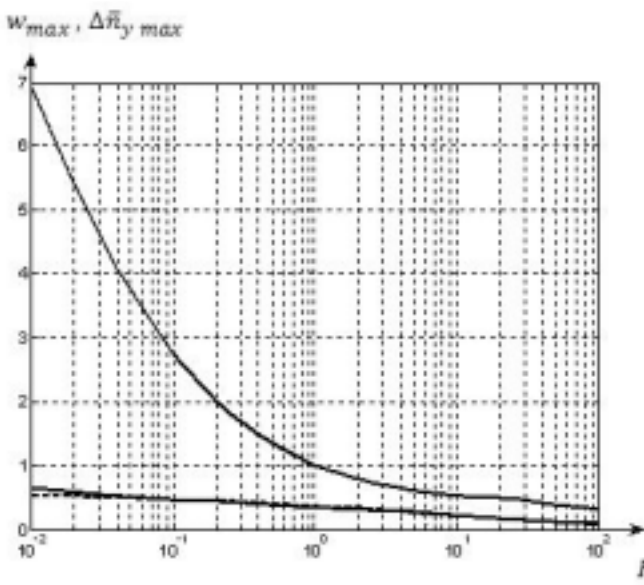
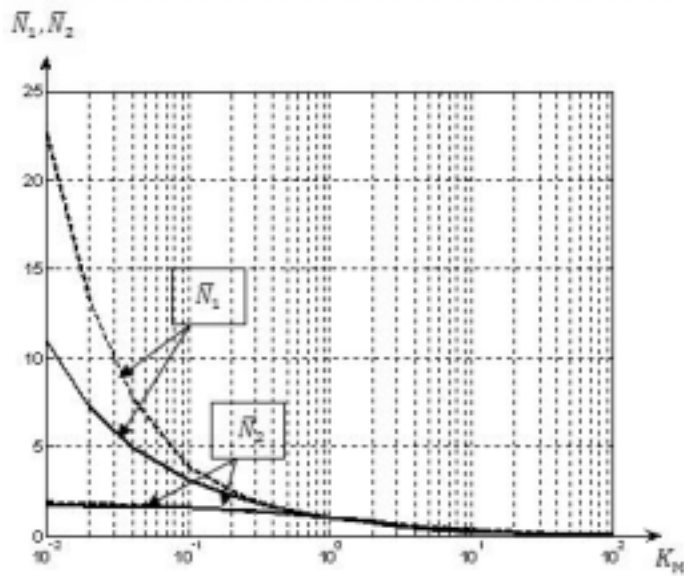
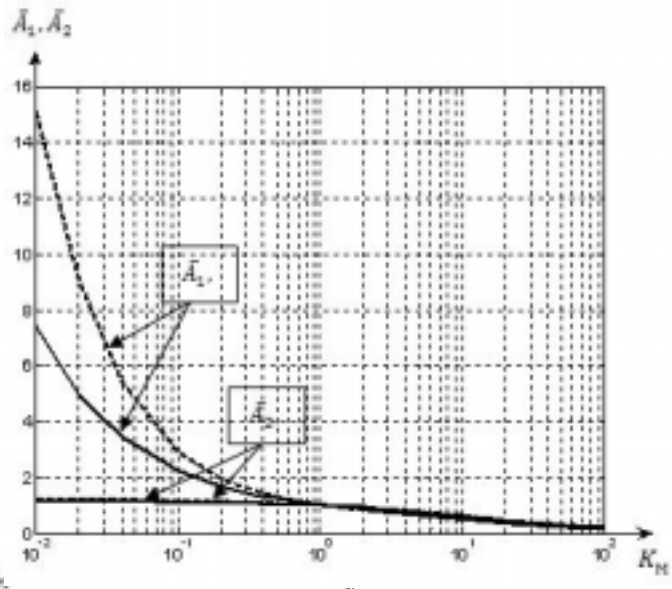


Рис. 9. Зависимость $w_{\max} = \dot{h}_{\max}$ и $\Delta \bar{n}_{y, \max}$ от коэффициента K_M



а)



б)

Рис. 10. Зависимости от K_M средних относительных мощностей \bar{N}_1 и \bar{N}_2 (а) и работ \bar{A}_1 и \bar{A}_2 (б)

экономичных энергетически законов управления. Из графиков видно также, что наряду с собственно оптимальным законом управления может быть применен также упрощенный, аппроксимирующий его закон управления, не требующий применения в системе положительной обратной связи.

Выводы

Включение в критерий оптимальности взвешенной оценки энергозатрат объекта управления в связи с выполнением переходных процессов повышает значимость критерия. Коэффициент относительного веса энергетической («мощностной») части критерия K_M является эффективным инструментом

воздействия на свойства синтезируемой системы. На примерах синтеза систем управления нормальной избыточной перегрузкой и углом тангажа гипотетического среднемагистрального самолета показано, что широкое варьирование этого коэффициента обеспечивает закономерное, управляемое встречное изменение затрат энергии на реализацию переходных процессов и быстродействия синтезируемых систем. Одновременно с этим высокое качество переходных процессов в системах, в частности малая их колебательность или монотонность, достигается выбором весовых коэффициентов базовых вариантов критерия оптимальности.

Summary

An analytical design of optimal regulators is discussed according to multivariant generalized work performance index. This approach is applied to parametric synthesis of control laws for short-period longitudinal motion of hypothetical middle-range airliner. A set of optimal control systems is generated with various response speed and energetic control costs.

Библиографический список

1. *Красовский А.А.* Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. — М.: Наука, 1973.
2. *Рыбников С.И.* Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов на основе уравнения Эйлера—Пуассона. — М.: Изд-во МАИ, 1993.
3. *Михалев И.А., Окоемов Б.Н., Чикулаев М.С.* Системы автоматического управления самолетом. — М.: Машиностроение, 1987.

Московский авиационный институт
Статья поступила в редакцию 13.02.2008