

## ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК

Ежов А.Д.

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),  
МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия  
e-mail: ezzhov@gmail.com*

Объектом исследований в представленной работе являются методы расчёта контактного термического сопротивления (КТС), сравнение известных зависимостей с результатами расчетов КТС, определенных путем моделирования микронеровностей поверхности, и сопряженный термо механический инженерный анализ в программном комплексе конечно-элементного моделирования.

*Ключевые слова:* моделирование шероховатости поверхности, контактное термическое сопротивление.

### Введение

В конструкции современных энергетических установок содержится большое число сопряжений различной формы и геометрии, состоящих из материалов, порою часто различающихся по механическим и теплофизическим свойствам. Поэтому актуальной задачей при создании надежных энергетических установок является корректный расчёт контактного термического сопротивления, возникающего за счёт неидеальности соединения и, вследствие этого, стягивания и удлинения линий теплового потока к контактными пятнам, повышенного градиента температур в зоне контакта, что снижает теплопроводящую способность контакта и вызывает различное термическое расширение соприкасающихся частей, приводящее к относительным сдвигам, прогибам и короблениям деталей.

Шероховатость поверхности уже давно считается ключевым фактором при решении многих задач теплового контактирования. Анализ литературы по моделированию и прогнозированию контактного термического сопротивления показывает, что практически во всех работах был сделан ряд аналитических упрощений и допущений по микрорельефу поверхности [1–3]. В частности, неровности были смоделированы как разнообразие геометрических форм. Поведение одной пары взаимодействующей неровности часто экстраполировалось, чтобы описать поведение пары взаимодействующих поверхностей, покрытых неровностями. Но если учесть то время, в которое были выдвинуты предположения по определению КТС (60–70-е годы), то можно

сказать что моделирование трехмерных моделей не проводилось по причине недостаточных вычислительных ресурсов.

Несмотря на это было немало достижений в области метрологии и методов численного анализа. Стало возможным осуществлять оптическое измерение на микро- и макроуровне особенностей поверхности и записывать данные о поверхности в цифровом виде. Появилось численное и конечно-элементное моделирование контактных задач со сложной геометрией, с установкой граничных условий свойств материала.

Кажется логичным объединить данные о поверхности с методами численного анализа, чтобы создать более точные модели поверхностных явлений, таких, как контактное термическое сопротивление.

Для оценки потерь температурного напора контактное термическое сопротивление вводится различными эмпирическими формулами, но их многообразие, неполно приведенные условия получения экспериментальных данных, на основе которых эти зависимости были найдены, вызывают сомнения в правильности выбора того или иного соотношения, а расхождение в абсолютных значениях контактного термического сопротивления для одних и тех же условий затрудняют их использование. Многие из зависимостей по контактному теплообмену получены для специфических условий контактирования и не применимы для целого ряда задач инженерной практики.

С учетом поставленной проблемы был выполнен анализ контактных пар различных материалов

и проведено сравнение с известными расчетными зависимостями.

### Определение параметров шероховатости поверхности контактирующих плоскостей

Для построения трехмерной модели соприкасающихся поверхностей необходимы основные характеристики шероховатости поверхности:  $R_a$  — среднеарифметическое отклонение профиля и  $S_m$  — средний шаг неровностей профиля.

Для определения параметров шероховатости поверхности использовался профилометр Mitutoyo SurfTest SJ-210, который состоит из двух блоков: индикации и измерения. Блок измерения может устанавливаться непосредственно в блок индикации или соединяться с ним кабелем, что по-

зволяет контролировать шероховатость поверхности в труднодоступных местах, таких, как внутренняя поверхность трубы, а также устанавливать профилометр непосредственно на деталь при изготовлении. Простой в использовании, прибор легко устанавливается, позиционируется на контролируемой детали. По статистическим данным проводившейся проверки приборов, погрешность не превышала 5%. Установка образцов происходила в клиновом держателе (рис. 1 и 2).

По результатам съема шероховатости поверхности было выбрано среднее значение по трём измерениям. Профилограммы поверхностей компрессионной камеры сгорания и переходного кольца из титанового сплава представлены на рис. 3, а, б.

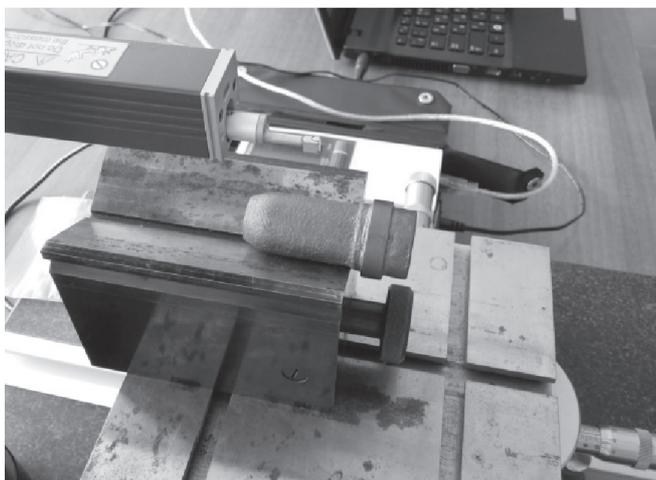


Рис. 1. Установка компрессионной камеры сгорания в клиновом держателе

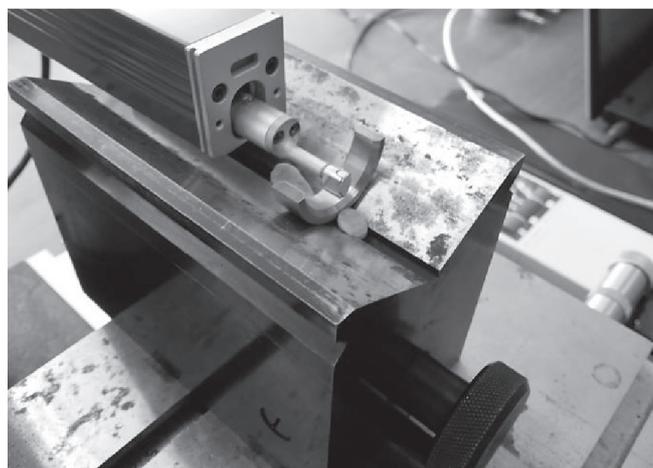


Рис. 2. Установка переходного кольца в клиновом держателе

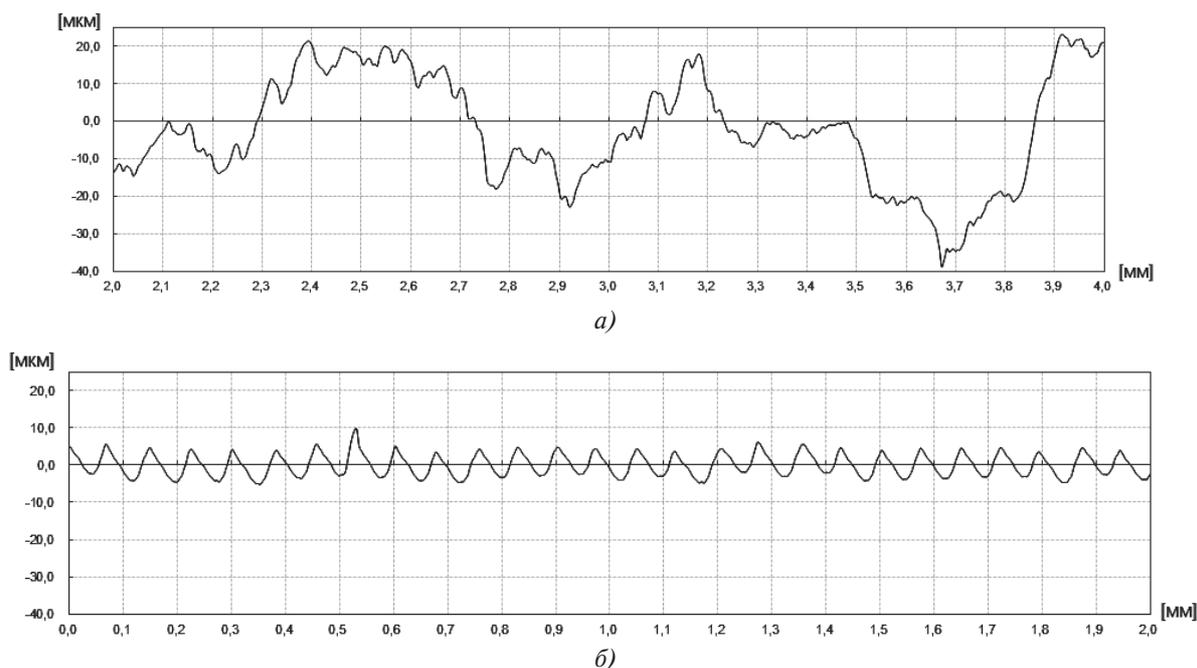


Рис. 3. Шероховатость камеры сгорания (а) и переходного кольца (б) на интервале 2 мм

Как видно из приведенных графиков фактическая площадь контакта соприкасающихся поверхностей будет существенно отличаться от номинальной площади контакта.

### Моделирование контактирующих поверхностей

Задача поиска КТС между соприкасающимися поверхностями должна быть решена в объёмном виде. Трёхмерные модели поверхностных микронеровностей можно получить, используя алгоритм построения трёхмерной модели шероховатости поверхности [4].

Из полученной профилограммы (см. рис. 3) были найдены необходимые параметры для построения микрогеометрии:

для поверхности КМК-МС

$$R_a = 14,08 \text{ мкм}, S = 390 \text{ мкм};$$

для поверхности ТВ-36

$$R_a = 2,455 \text{ мкм}, S = 75 \text{ мкм};$$

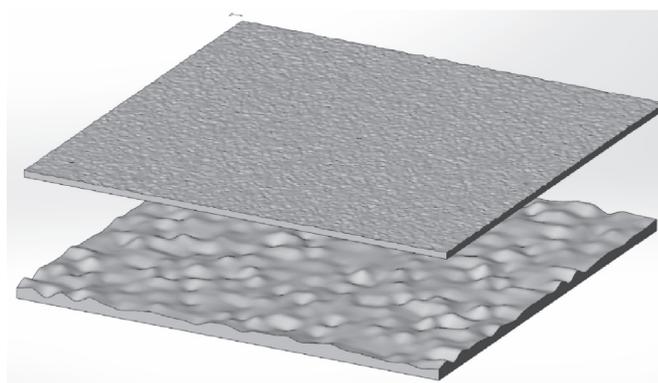


Рис. 4. Шероховатость поверхности (сверху-вниз) ТВ-36 и КМК-МС

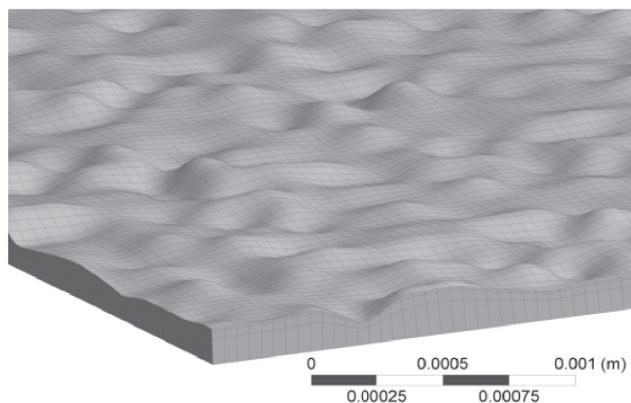
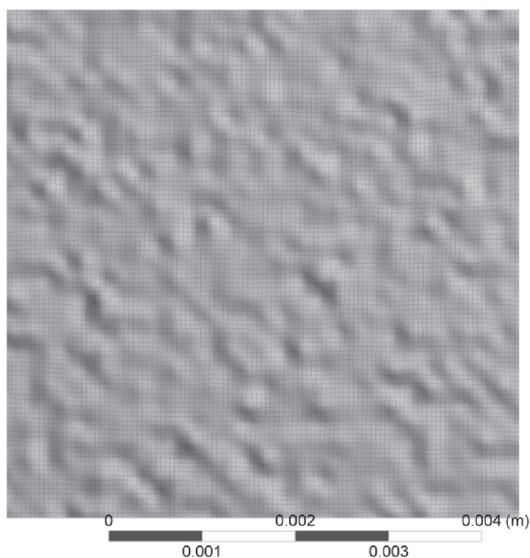


Рис. 5. Сеточная модель шероховатости с  $R_a = 14.08$  мкм

для поверхности из нержавеющей стали

$$R_a = 2,56 \text{ мкм}, S = 83 \text{ мкм}.$$

В результате работы программы по определению координат точек поверхности были найдены соответствующие данные для построения трёхмерной модели микрогеометрии. На рис. 4 представлен результат моделирования шероховатых поверхностей для КМК-МС и ТВ-36 в программном комплексе SolidWorks.

Программой средой, позволяющей проводить детальный анализ теплового и напряженно-деформированного состояния при нагреве конструкции, является среда междисциплинарного конечно-элементного анализа ANSYS Multiphysics [5].

Так как для анализа в ANSYS требуется сеточная модель, то данная трёхмерная модель была помещена в модуль Mechanical Model и выполнена соответствующая генерация сетки, результат которой приведен на рис. 5 и 6.

После построения сеточной модели к ней были приложены граничные условия следующего типа: к верхней границе приложено давление  $P_K$  (нагрузка А), которое изменяется в диапазоне от 10 до 100 атм; к боковым границам образцов приложены граничные условия скользящей заделки без трения (нагрузка С, D); к нижней границе приложены граничные условия жесткой заделки (нагрузка В) (рис. 7).

В параметрах контакта было принято условие симметричного контакта (Symmetric), так как внедрение возможно и на целевой, и на контактной поверхности. Начальное взаимодействие контактной пары должно обеспечивать касание целевой и контактной части пары при первоначальном контакте, поэтому выбранный тип — *Adjust to Touch*. Модель

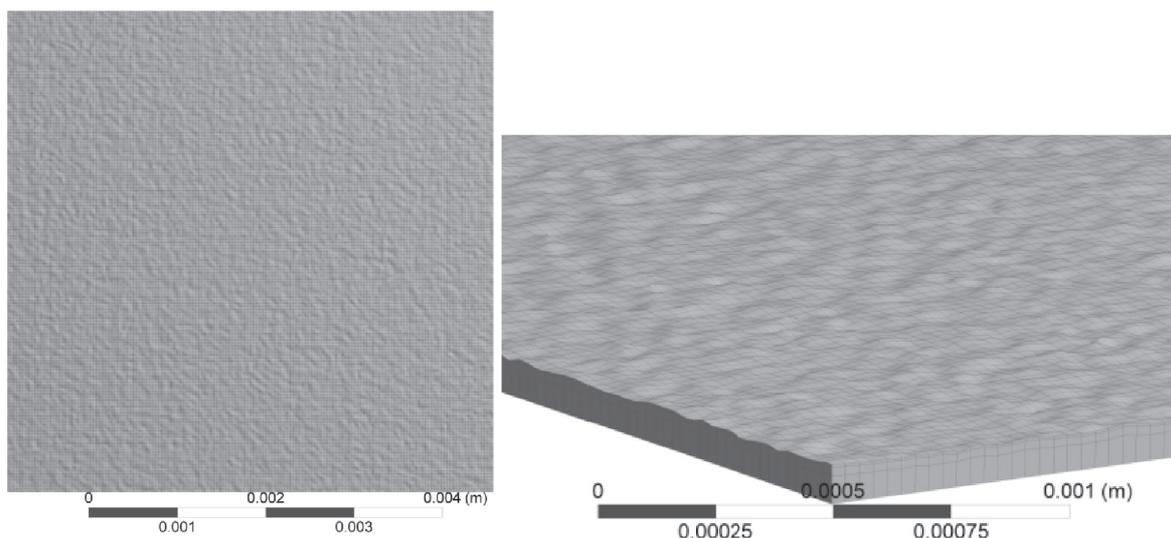
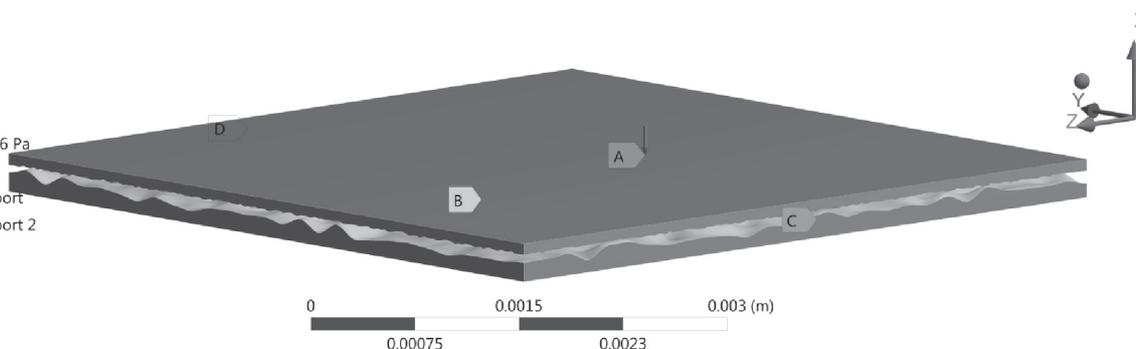


Рис. 6. Сеточная модель шероховатости с  $R_a = 2.455$  мкм

**C: Static Structural**  
Static Structural  
Time: 1. s

- A** Pressure: 1.e+006 Pa
- B** Fixed Support
- C** Frictionless Support
- D** Frictionless Support 2



**C: Static Structural**  
Static Structural  
Time: 1. s

- A** Pressure: 1.e+006 Pa
- B** Fixed Support
- C** Frictionless Support
- D** Frictionless Support 2

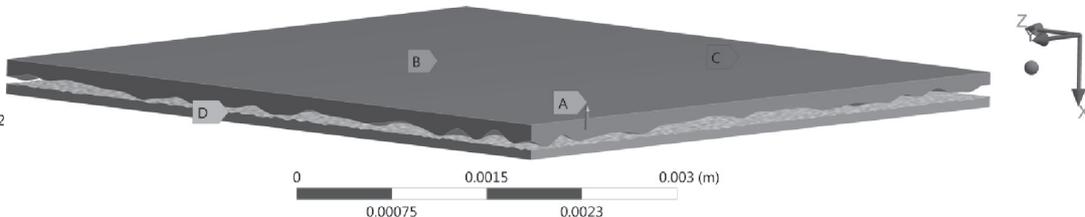


Рис. 7. Установка граничных условий

контакта поверхностей — Frictional. Метод расчета контакта Augment Lagrange и тип поведения — *Predict for Impact*. По результатам прочностного анализа получены значения эквивалентных напряжений (рис. 8), межконтактного давления и величина проникновения поверхности детали в другую поверхность.

**C: Static Structural**  
Equivalent Stress 3  
Type: Equivalent (von-Mises) Stress  
Unit: Pa  
Time: 1

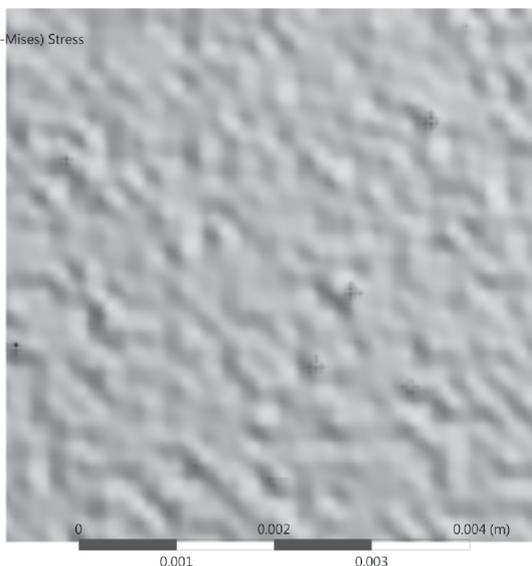
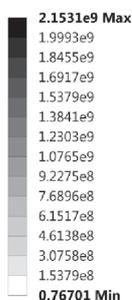


Рис. 8. Поле эквивалентных напряжений на поверхности КМК-МС для приложенного давления 106Па

Для каждого значения давлений (10, 20, 30... атм) выполнялось как минимум 10 подшагов расчета, и в дальнейшем, путем параметризации приложенного давления, были рассчитаны значения перемещения координаты верхней плоскости для нахождения величины проникновения поверхности детали в другую деталь. Поле эквивалентных напряжений на поверхности КМК-МС для давления  $10 \cdot 10^6$  МПа представлено на рис. 9.

ватых поверхностей — величина смещения верхней поверхности относительно нижней. Результаты смещения для контактирующих пар в зависимости от приложенного давления приведены в табл. 1.

### Тепловой расчет контактного термического сопротивления

Величина контактного термического сопротивления  $R_K$  определяется как перепад температур,

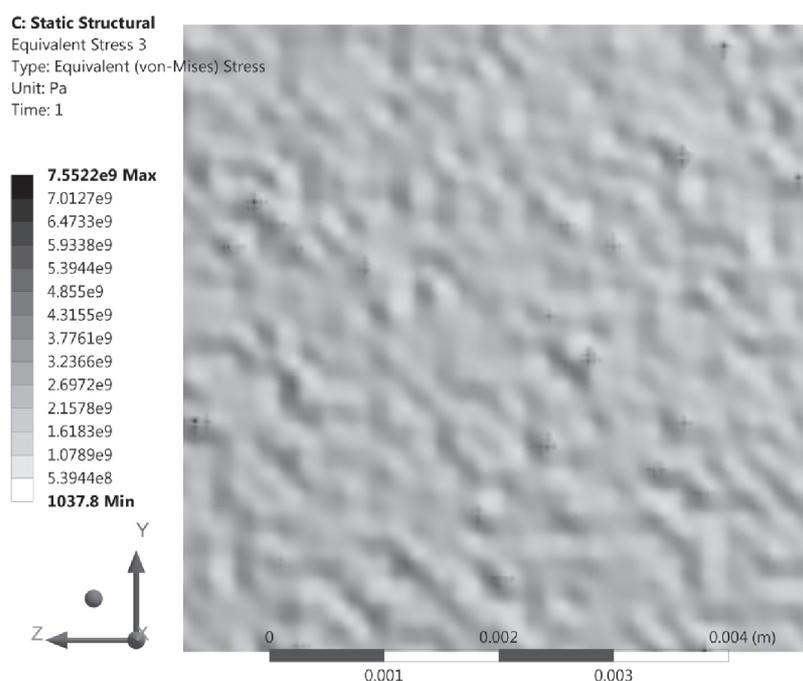


Рис. 9. Поле эквивалентных напряжений на поверхности КМК-МС для приложенного давления  $10 \cdot 10^6$  МПа

В результате прочностного расчета была получена основная величина, необходимая для определения фактической площади касания двух шерохо-

возникающий за счёт стягивания линий теплового потока к контактными пятнам к средней величине плотности теплового потока [6].

Таблица 1

Зависимость смещения от приложенного давления

Давление, Па	Смещение, м			
	КМК-МС 12X18H10T	КМК-МС ТВ-36	КМК-МС КМК-МС	12X18H10T ТВ-36
1.00E+06	4.78E-06	5.24E-06	7.21E-06	1.85E-06
2.00E+06	6.21E-06	6.82E-06	8.60E-06	2.36E-06
3.00E+06	7.19E-06	7.87E-06	9.77E-06	2.68E-06
4.00E+06	7.96E-06	8.67E-06	1.06E-05	2.93E-06
5.00E+06	8.60E-06	9.35E-06	1.13E-05	3.13E-06
6.00E+06	9.14E-06	9.93E-06	1.21E-05	3.31E-06
7.00E+06	9.63E-06	1.04E-05	1.27E-05	3.47E-06
8.00E+06	1.01E-05	1.09E-05	1.34E-05	3.65E-06
9.00E+06	1.05E-05	1.13E-05	1.40E-05	3.79E-06
1.00E+07	1.08E-05	1.17E-05	1.46E-05	3.92E-06

Располагая картиной формирования площади контакта, можно задаться температурой верхнего образца  $T_{\text{верх}}$ , и тепловым потоком, отводимым с другого конца.

Производя расчёт сначала для модели с шероховатой поверхностью, а затем для модели идеального контакта, состоящей из прямых соосных цилиндров, контактирующих по плоской торцевой поверхности, получают температуры на границах рассматриваемых элементов. При этом величина контактного термического сопротивления определяется из формулы

$$R_K = (T_{\text{ниж1}} - T_{\text{ниж2}})/q, \quad (1)$$

где  $T_{\text{ниж1}}$  и  $T_{\text{ниж2}}$  — температуры холодных поверхностей идеального и реального контактов соответственно, полученные двухкратным решением;  $q$  — средняя величина плотности теплового потока, прошедшего через зону контакта.

Формирование фактической площади контакта происходило следующим образом. За основу принималась твердотельная модель контакта шерохо-

ватых поверхностей из прочностного расчета. По известной величине смещения одной поверхности относительно другой, с помощью операции Translate (перемещение) была перемещена поверхность (рис. 10).

После перемещения поверхности одно твердое тело проникает в другое. Для того чтобы в областях проникновения образовались поверхности контакта, необходимо воспользоваться функцией Subtract, указав целевую и вспомогательные поверхности. В результате выполнения данной операции образуется фактическая площадь контакта двух шероховатых поверхностей.

Результатом проведения теплового расчета являются поле температур, направление и величина теплового потока. На рис. 11—13 представлено распределение температурного поля контактирующих поверхностей.

Таким образом, полученные значения температур могут быть использованы для расчета КТС между соответствующими парами материалов. Средние значения температур для каждой контактной пары приведены в табл. 2.

В настоящее время практически во всех имеющихся аналитических формулах по расчёту  $R_K$  в безвоздушной среде [6—9] присутствуют эмпирические коэффициенты, требующие специальной методики определения.

Путем сравнения с результатами значений КТС, рассчитанных по зависимостям, полученным:

Мальковым В.А.[7]

$$1/R_K = 0,118(\bar{\lambda}_M / 40 \cdot 10^{-6})(P_K K / E)^{0,66}; \quad (2)$$

Шлыковым Ю.П.[8]

$$1/R_K = 8 \cdot 10^3 \bar{\lambda}_M (P_K K / 3\sigma_B)^{0,86}; \quad (3)$$

Поповым В.М. [9]

$$1/R_K = (\bar{\lambda}_M / 30 \cdot 10^{-6}) A((P_K / E)\beta T_K \kappa)^m; \quad (4)$$

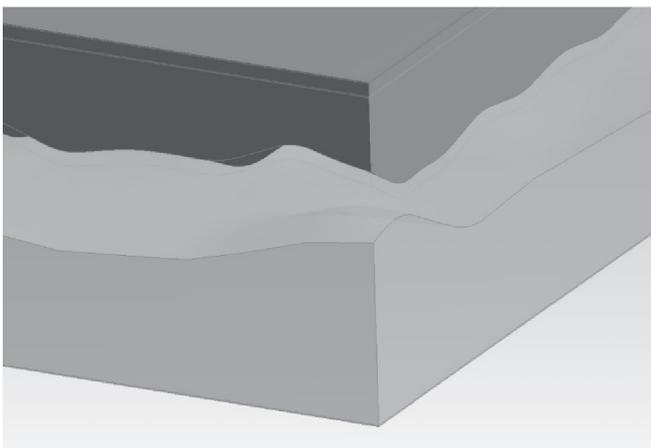


Рис. 10. Перемещение поверхности на величину смещения

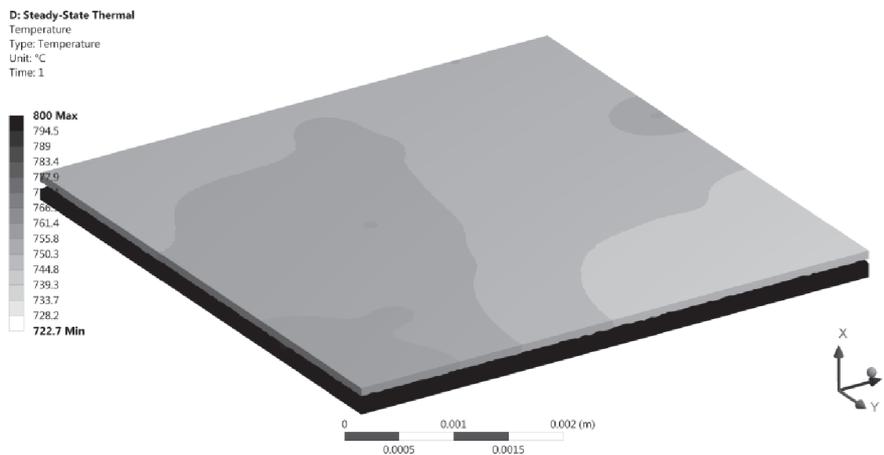


Рис. 11. Распределение температурного поля в контактной паре КМК-МС — 12X10H8Т при контактном давлении  $5 \cdot 10^6$  Па

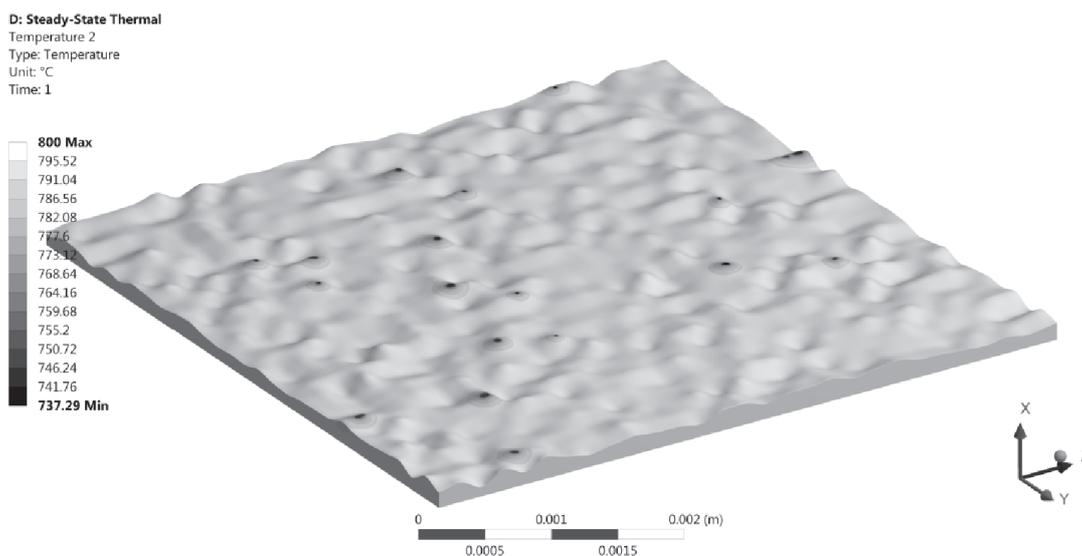


Рис. 12. Распределение температурного поля на поверхности КМК-МС при контактном давлении  $5 \cdot 10^6$  Па

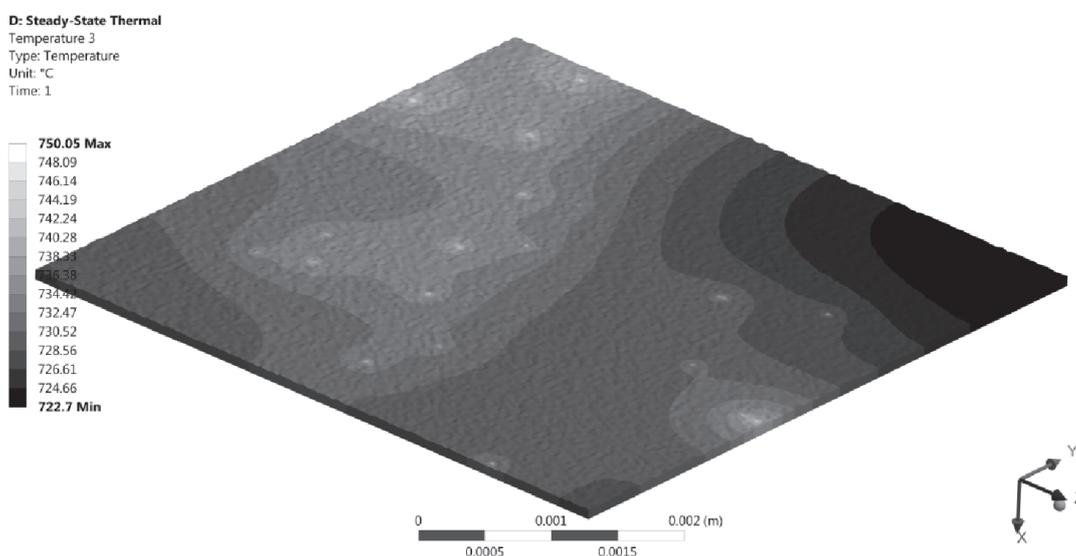


Рис. 13. Распределение температурного поля на поверхности 12X18H10Т при контактном давлении  $5 \cdot 10^6$  Па

Таблица 2

Температуры в контактных парах

Давление, Па	$T, ^\circ\text{C}$		$T, ^\circ\text{C}$		$T, ^\circ\text{C}$		$T, ^\circ\text{C}$	
	КМК-МС	12X18H10Т	КМК-МС	ТВ-36	12X18H10Т	ТВ-36	КМК-МС	КМК-МС
1.00E+06	719.10	635.24	796.85	752.44	756.60	708.95	625.78	438.75
2.00E+06	752.25	698.07	798.20	766.98	770.06	734.17	673.43	524.55
3.00E+06	755.11	713.14	798.47	774.67	779.77	756.01	719.14	587.49
4.00E+06	768.73	733.72	798.45	769.98	783.54	765.13	728.34	609.25
5.00E+06	768.64	738.22	798.98	780.75	786.65	770.49	735.13	624.08
6.00E+06	776.15	749.03	799.15	782.60	788.97	777.46	739.56	634.46
7.00E+06	780.15	755.54	798.97	785.33	790.76	781.03	742.99	642.51
8.00E+06	782.75	760.13	799.02	786.49	791.40	782.05	745.31	648.92
9.00E+06	784.68	763.67	799.15	787.19	792.55	785.53	748.50	654.90
1.00E+07	785.45	765.79	799.23	787.91	792.70	785.89	751.95	675.57

Меснянкиным С.Ю. [6]

$$\frac{1}{R_K} = 1,15 \cdot 10^4 \bar{\lambda}_{\text{М экв}} ((P_K^2 / 3\sigma_B E)(T_K / T_{\text{пл}}) K^2)^{0,302}, \quad (5)$$

проводилась верификация предлагаемого метода расчета КТС.

Здесь  $\bar{\lambda}_{\text{М}}$  — приведенная теплопроводность, определяемая через теплопроводность двух контактирующих материалов  $\lambda_{\text{М1}}$  и  $\lambda_{\text{М2}}$  по формуле

$$\bar{\lambda}_{\text{М}} = (2\lambda_{\text{М1}}\lambda_{\text{М2}}) / (\lambda_{\text{М1}} + \lambda_{\text{М2}});$$

$\lambda_{\text{М экв}}$  — эквивалентная теплопроводность, учитывающая средние высоты микронеровностей соприкасающихся тел  $h_{\text{ср1}}$  и  $h_{\text{ср2}}$ ,

$$\lambda_{\text{М экв}} = (h_{\text{ср1}} + h_{\text{ср2}}) / (h_{\text{ср1}} / \lambda_{\text{М1}} + h_{\text{ср2}} / \lambda_{\text{М2}});$$

$P_K$  — контактное давление;  $\sigma_B$  — предел прочности;  $E$  — модуль упругости;  $T_K$  — температура в зоне контакта;  $T_{\text{пл}}$  — температура плавления материала;  $\beta$  — коэффициент объёмного расширения;  $\kappa$  — коэффициент формы;  $K$  — коэффициент, учитывающий изменение геометрических характеристик соприкасающихся тел;  $A$  и  $m$  — эмпирические коэффициенты, зависящие от типа контактирующих материалов и диапазона нагрузки.

Таким образом, для каждой пары материалов был произведен соответствующий расчет значений КТС. Графики зависимостей КТС от приложенного давления представлены на рис. 14.

Различие в значениях КТС, полученных по формулам и рассчитанных по реальной микрогеометрии, прежде всего обусловлено тем, что перечисленные исследователи принимали пятна контакта для различных типов материалов постоянного размера, что не отражает физической сущности контактирования твердых тел. Неудобство проанализированных зависимостей ещё и в том, что они предлагались авторами только для определенного круга материалов и в фиксированных диапазонах изменения безразмерной механической нагрузки. Величина КТС в зависимости от приложенного давления, рассчитанного по предлагаемой методике, представлена в табл. 3 и на рис. 15.

**Выводы**

Анализ известных расчетных зависимостей по определению КТС показал, что результаты, полученные достаточно точным моделированием происходящего процесса и аналитическими решениями, различаются, но также и имеют ряд совпадений. Тем не менее, представленный алгоритм расчета КТС позволяет получить достаточно точные значения температурных полей практически для любых пар материалов, с минимальными затрата-

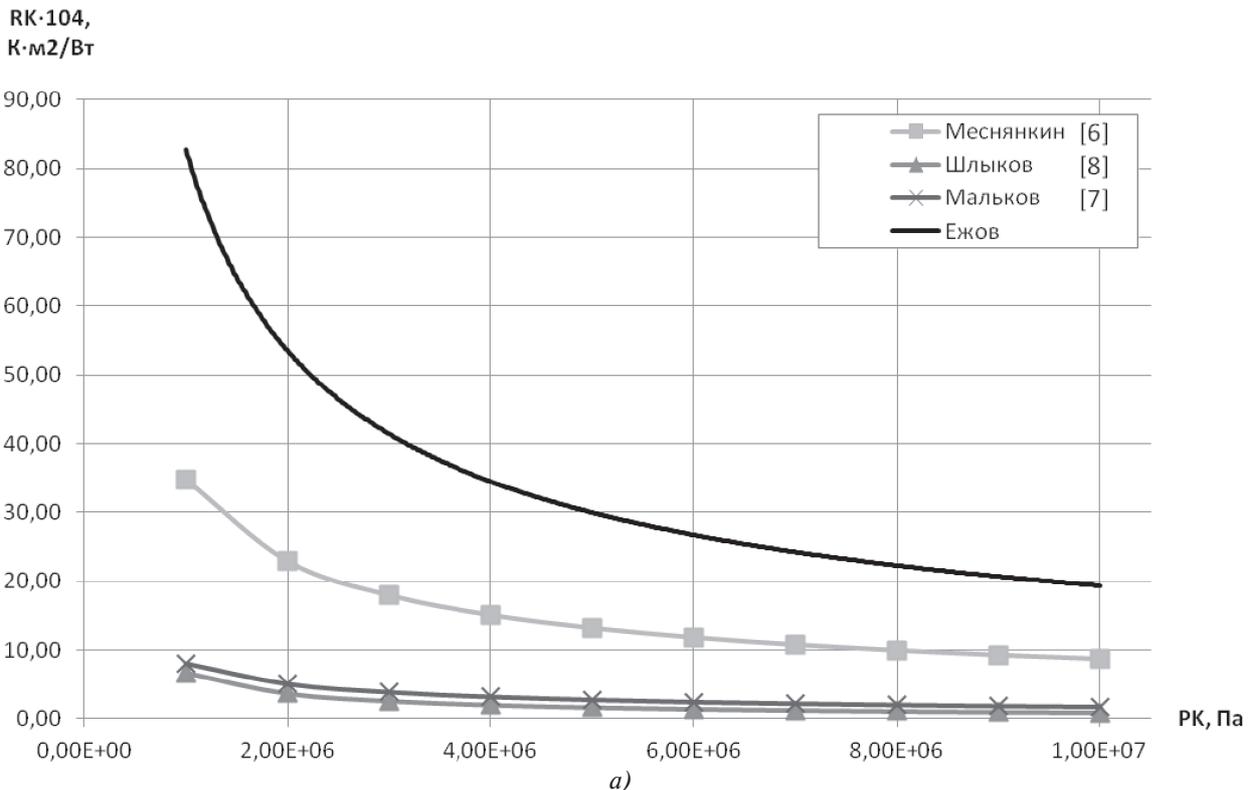
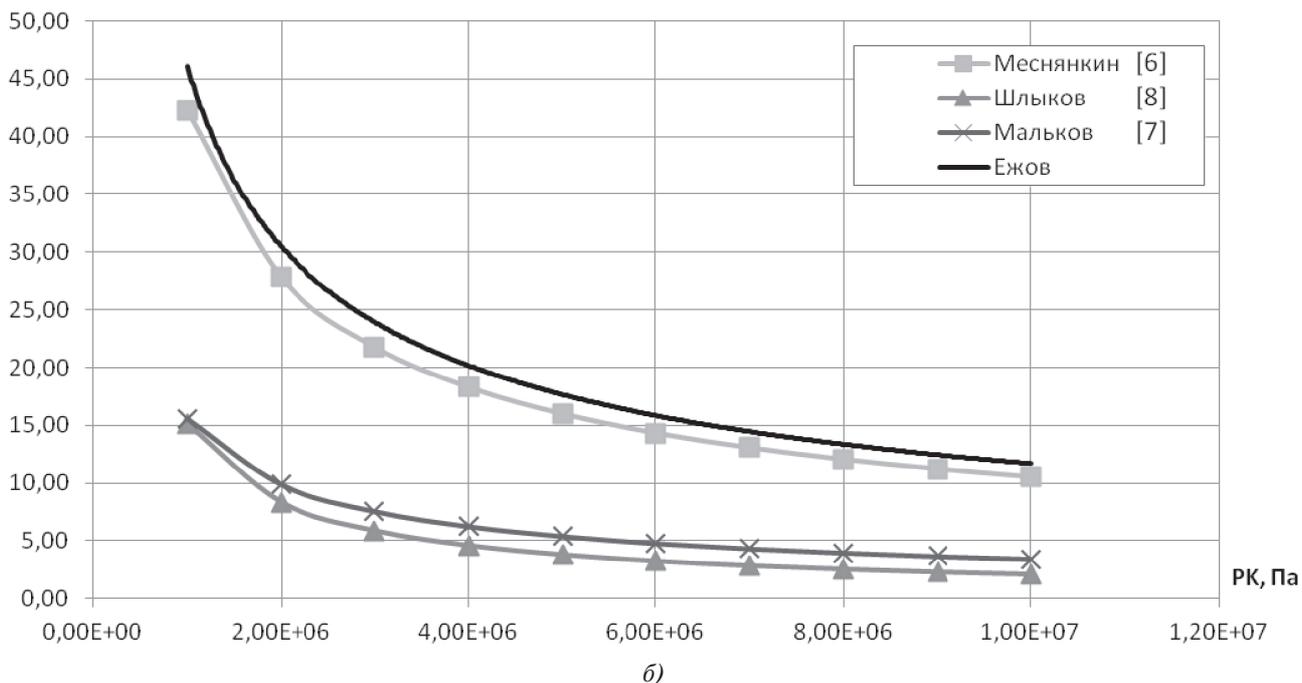
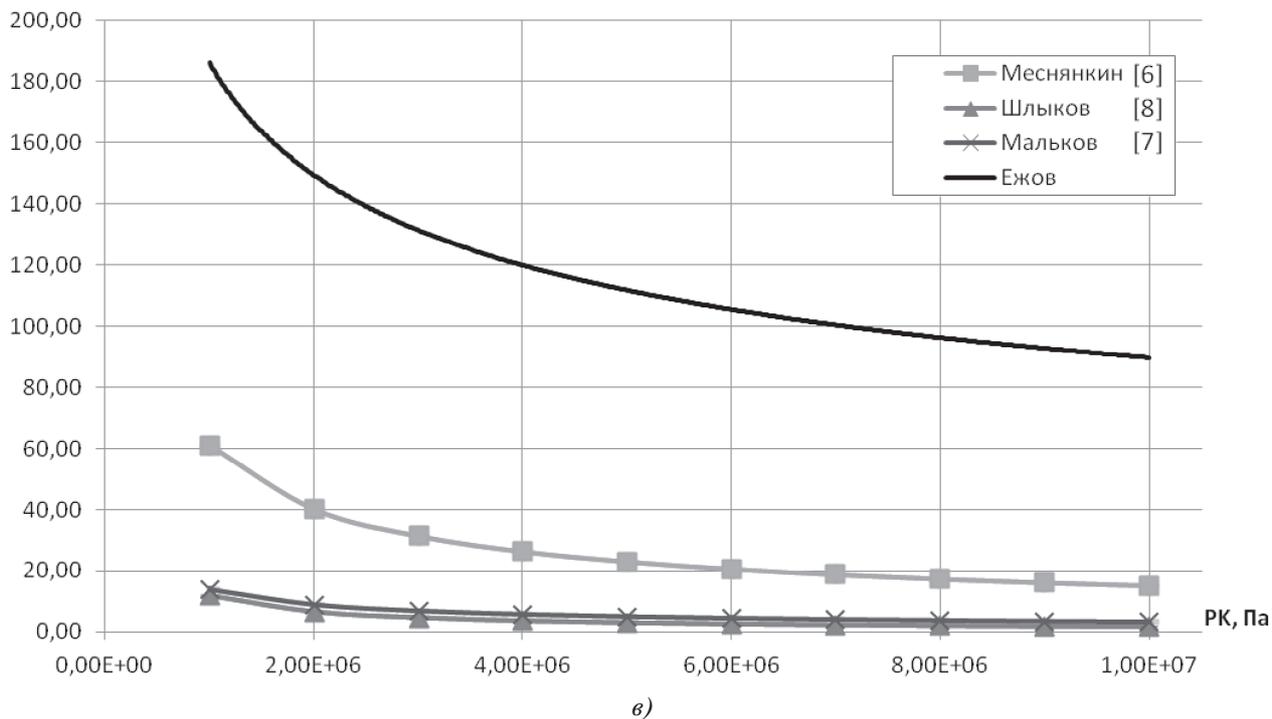


Рис. 14 (начало)

РК-104,  
К·м<sup>2</sup>/Вт



РК-104,  
К·м<sup>2</sup>/Вт



ми на проведение эксперимента. Использование такого подхода при проведении инженерного анализа позволяет в дальнейшем значительно сократить сроки испытаний и отработки изделия.

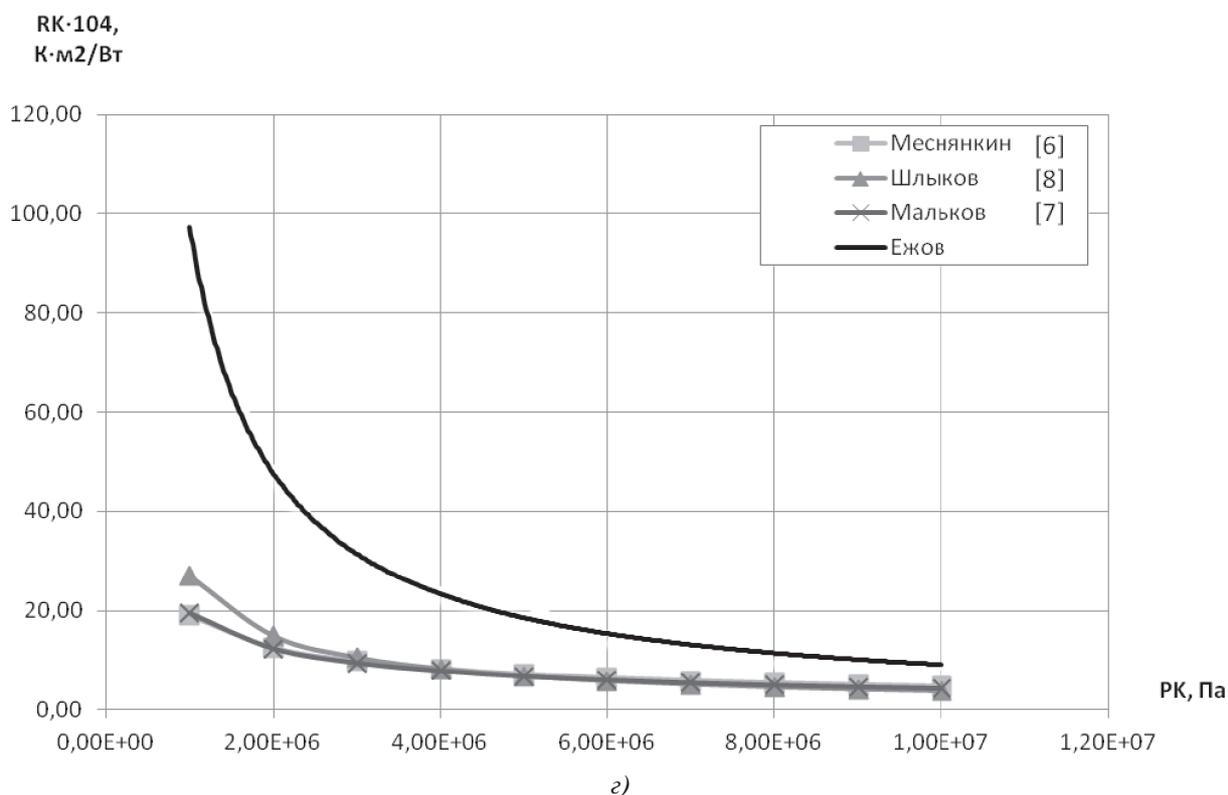


Рис. 14. Графики зависимости  $R_K$  от  $P_K$  для контактных пар: а – КМК-МС – 12Х18Н10Т; б – КМК-МС – ТВ-36; в – КМК-МС – КМК – МС; г – ТВ-36 – 12Х18Н10Т

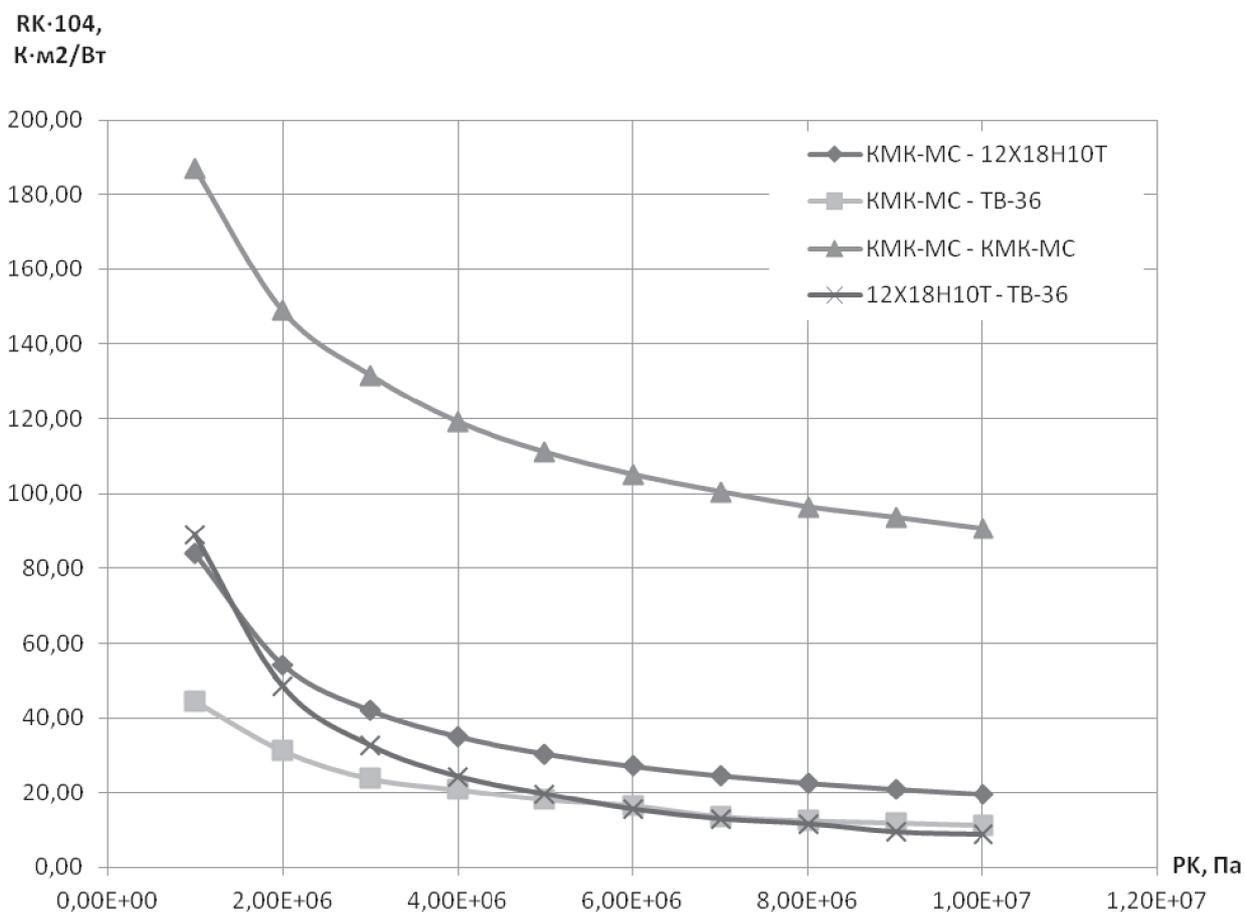


Рис. 15. График зависимости КТС от давления для каждой пары материалов

Таблица 3

Значения КТС для различных контактирующих пар материалов

Давление, Па	$R_k \cdot 10^4, \text{ К} \cdot \text{м}^2/\text{Вт}$			
	КМК-МС 12X18H10T	КМК-МС ТВ-36	КМК-МС КМК-МС	12X18H10T ТВ-36
1.00E+06	83,85	44,41	187,03	88,95
2.00E+06	54,18	31,22	148,88	48,36
3.00E+06	41,97	23,81	131,65	32,54
4.00E+06	35,01	20,85	119,09	24,27
5.00E+06	30,42	18,23	111,05	19,57
6.00E+06	27,12	16,55	105,09	15,47
7.00E+06	24,61	13,64	100,48	12,84
8.00E+06	22,62	12,53	96,40	11,51
9.00E+06	21,01	11,96	93,60	9,32
1.00E+07	19,66	11,32	90,52	8,67

**Библиографический список**

1. Шлыков Ю.П. Расчет термического сопротивления контакта обработанных металлических поверхностей // Теплоэнергетика. 1965. № 10. С. 79-82.
2. Greenwood J.A. and Williamson J.B.P. Contact of nominally flat surfaces. // Proceedings of the Royal society of London. 1966. Vol. 295. No. 1442, pp. 300-319.
3. Демкин Н.Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей. — М.: Наука, 1970. — 277 с.
4. Ежов А.Д., Меснянкин С.Ю. Моделирование шероховатых поверхностей для контактных задач с композиционными материалами // Механика композиционных материалов и конструкций. 2015. Т. 21. № 2. С. 272-281.
5. Бруйка В.А., Фокин В.Г., Солдусова Е.А., Глазунова Н.А., Адеянов И.Е. Инженерный анализ в Ansys Workbench: Учебное пособие. — Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2010. — 271 с.
6. Меснянкин С.Ю. Методы расчёта и регулирования контактных термических сопротивлений // Сб. науч. тр. «Тепловое проектирование систем». — М.: Изд-во МАИ, 1990. С. 78-86.
7. Мальков В.А., Фаворский О.Н., Леонтьев В.Н. Контактный теплообмен в газотурбинных двигателях и энергоустановках. — М.: Машиностроение, 1978. — 138 с.
8. Шлыков Ю.П., Ганин Е.А., Царевский С.Н. Контактное термическое сопротивление. — М.: Энергия, 1977. — 327 с.
9. Попов В.М. Теплообмен в зоне контакта разъемных и неразъемных соединений. — М.: Энергия, 1971. — 216 с.

**NUMERICAL SOLUTION OF A PROBLEM OF ROUGH SURFACES  
INTERACTION IN POWER PLANTS**

**Ezhov A.D.**

Moscow Aviation Institute (National Research University),  
MAI, 4, Volokolamskoe shosse, Moscow, A-80, GSP-3, 125993, Russia  
e-mail: ezhov@gmail.com

**Abstract**

The design of modern power plants contains a significant number of coupling structural components of various shapes and geometries, made of materials differing in mechanical and heat-transfer properties. Most important task while creating a reliable power plant

consists in correct calculation of thermal contact resistance occurring due to non-ideal contact of mating parts, and, as consequence, retraction and extension of heat flow lines to contact spots, as well as higher temperature gradient within the contact zone. All these factors reduce heat-conducting ability of the contact and

cause different thermal expansion of the adjoining parts, leading to relative shifts, deflection and warpage of the parts.

The surface roughness is considered to be one of the key factors in solving thermal contact problems. Analysis of the literature on modeling and forecasting of contact thermal resistance shows that in practically all the works contain some analytical simplifications and assumptions concerning surface microrelief. In particular, irregularities were modeled as a variety of geometric shapes. The behavior of one pair of interacting irregularities was extrapolated to describe the behavior of a pair of interacting surfaces coated with irregularities. But if one takes into consideration the time when the suggestions of the CCC definition (60-70) were put forward, then we can say that the simulation of three-dimensional models was not carried out due to insufficient computer resources.

Despite this, there have been many achievements in the field of metrology and methods of numerical analysis. The optical measurement of surface features at the micro and macro level and the surface condition data storing in a digital form became possible. The numerical and finite-element modeling of contact problems with complex geometry, boundary conditions and material properties setting appeared.

Generally, to evaluate the temperature difference losses, the contact thermal resistance is introduced by different empirical formulas. But their diversity, incompletely given conditions of obtaining experimental data on which basis these relationships were obtained cast doubts on the correctness of the selection of a particular equation. While the differences in the absolute values of contact thermal resistance for the same conditions make it difficult to use them.

On the assumption of the formed problem, analysis of contact pairs of different materials was performed, and comparison was made with the known calculation dependencies.

Analysis of the known calculation dependencies to determine the CCC showed that the results obtained by

rather accurate modeling of the ongoing process and analytical solutions differ, but they also have a number of matches. Nevertheless, the presented algorithm for calculating the CCC provides rather accurate values of temperature fields for almost all pairs of materials with minimal costs of the experiment. The use of this approach in engineering analysis allows reducing significantly the time of further testing and refinement of the product.

**Keywords:** surface roughness modeling, contact thermal resistance.

## References

1. Shlykov Yu.P. *Teploenergetika*, 1965, no. 10, pp. 79-82.
2. Greenwood J.A. and Williamson J.B.P. Contact of nominally flat surfaces. *Proceedings of the Royal society of London*, 1966, vol. 295, no. 1442, pp. 300-319.
3. Demkin N.B. *Kontaktirovanie sherokhovatykh poverkhnostei* (Contacting of rough surfaces), Moscow, Nauka, 1970, 277 p.
4. Ezhov A.D., Mesnyankin S.Yu. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2015, vol. 21, no. 2, pp. 272-281.
5. Bruyaka V.A., Fokin V.G., Soldusova E.A., Glazunova N.A., Adeyanov I.E. *Inzhenernyi analiz v Ansys Workbench* (Engineering analysis in Ansys Workbench), Samara, Samarskii gosudarstvennyi tekhnicheskii universitet, 2010, 271 p.
6. Mesnyankin S.Yu. *Sbornik nauchnykh trudov "Teplovoe proektirovanie system"*, Moscow, MAI, 1990, pp. 78-86.
7. Mal'kov V.A., Favorskii O.N., Leont'ev V.N. *Kontaknyye teploobmen v gazoturbinnnykh dvigatelyakh i energoustanovkakh* (Contact heat transfer in gas turbine engines and power plants), Moscow, Mashinostroenie, 1978, 138 p.
8. Shlykov Yu.P., Ganin E.A., Tsarevskii S.N. *Kontaktnoe termicheskoe soprotivlenie* (Thermal contact resistance), Moscow, Energiya, 1977, 327 p.
9. Popov V.M. *Teploobmen v zone kontakta raz'emnykh i neraz'emnykh soedinenii* (Heat transfer in the contact zone of detached and permanent connections), Moscow, Energiya, 1971, 216 p.