

ДИНАМИКА, БАЛЛИСТИКА, УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

УДК 621.396.969.34+531.113.1

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТРАЕКТОРИЙ СКРЫТНОГО ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ЗОНЕ ОБНАРУЖЕНИЯ БОРТОВОЙ ДОПЛЕРОВСКОЙ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СТАНЦИИ

Кирсанов А.П.

*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
ул. Мясницкая, 20, Москва, 101000, Россия
e-mail: ki@hse.ru*

Рассматриваются траектории скрытного движения летательного аппарата (ЛА) в зоне обнаружения импульсно-доплеровской радиолокационной станции (РЛС) воздушного базирования. Большинство этих траекторий является криволинейным. Статья посвящена такой характеристике траектории, как кривизна. Знание кривизны скрытных траекторий позволяет оценить возможность движения по ним летательного аппарата. Получены формулы для расчета кривизны траектории скрытного движения ЛА с постоянным пеленгом на подвижную доплеровскую РЛС воздушного базирования. Построены области в окрестности носителя доплеровской РЛС, в которых значение кривизны скрытных траекторий столь велико, что движение ЛА по таким траекториям невозможно.

Ключевые слова: зона обнаружения доплеровской РЛС, скрытная траектория, кривизна плоской траектории.

Введение

Скрытность действий является важным фактором высокой эффективности применения авиации. Учитывая, что основные источники информации о движении летательных аппаратов — это радиолокационные средства, важнейшим направлением повышения скрытности полетов ЛА является снижение их радиолокационной заметности. Для снижения вероятности обнаружения ЛА радиолокационными средствами применяются особые конструкции планеров и специальные покрытия корпусов ЛА, поглощающие радиолокационное излучение. Кроме того, скрытность действий авиации предла-

гается обеспечивать движением ЛА по специальным траекториям в зонах обнаружения РЛС [1-5]. Основная идея, используемая при формировании таких траекторий, заключается в том, чтобы при движении по ним ЛА был обращен к РЛС под углом, обеспечивающим, по возможности, минимальное значение эффективной поверхности рассеяния и, следовательно, минимальную вероятность обнаружения. Этот метод основан на особенностях диаграмм обратного рассеяния воздушных объектов. Кроме того, скрытность действий обеспечивается полетом ЛА на малой высоте. Однако, кроме назем-

ных РЛС, для обнаружения ЛА (особенно низколетящих) могут использоваться бортовые РЛС. Примером может служить бортовая РЛС самолета дальнего радиолокационного обнаружения [6, 7] типа AWACS. Однако работ, посвященных использованию особенностей бортовых импульсно-доплеровских РЛС для формирования скрытных траекторий, недостаточно. Отсутствуют также публикации, посвященные анализу возможности движения по скрытным траекториям с учетом ограниченных маневренных характеристик ЛА. Можно отметить лишь работу [8], в которой рассмотрен один из частных случаев скрытного движения ЛА по логарифмической спирали. Настоящая статья должна в определенной степени восполнить отмеченный пробел в исследованиях.

Многие современные самолеты оборудованы РЛС, которые могут работать в импульсно-доплеровском режиме, позволяющем обнаруживать летательные аппараты в присутствии отраженного от подстилающей поверхности зондирующего сигнала. Этот режим особенно важен для самолетов дальнего радиолокационного обнаружения (ДРЛО), специально предназначенных для обнаружения и сопровождения малозаметных низколетящих ЛА на фоне земной поверхности [6, 7]. В таких условиях обнаружение ЛА возможно за счет различия радиальных скоростей движения ЛА и поверхности относительно бортовой РЛС самолета ДРЛО.

Особенностью зоны обзора импульсно-доплеровской РЛС является наличие в каждой её точке направлений движения ЛА, при которых радиальные составляющие скорости ЛА и подстилающей поверхности совпадают или близки и поэтому ЛА не могут быть обнаружены РЛС с доплеровской фильтрацией сигналов. Это означает, что в зоне обзора могут быть построены скрытные траектории, т. е. такие траектории, при движении по которым летательный аппарат не обнаруживается бортовой РЛС самолета ДРЛО.

В [9] найдены уравнения таких скрытных траекторий в подвижной системе координат, связанной с самолетом ДРЛО. Скрытные траектории, которые являются решением этих уравнений, в основном криволинейные. При выводе уравнений скрытных траекторий не принимались во внимание ограниченные маневренные возможности летательных аппаратов. Поэтому, для того чтобы убедиться в возможности движения различных ЛА по скрытным траекториям, необходимо исследовать их кинематические свойства.

В статье исследовалась кривизна различных скрытных траекторий. По величине кривизны оп-

ределялась величина нормальной перегрузки, необходимая для движения по данной скрытной траектории. Найдены области в окрестности бортовой доплеровской РЛС самолета ДРЛО, в которых скрытное движение летательного аппарата невозможно из-за большой кривизны скрытных траекторий в каждой точке такой области. Определены их форма и размеры в зависимости от скоростей самолета ДРЛО и ЛА и максимально допустимой перегрузки ЛА.

Уравнения скрытных траекторий

В [9] показано, что низколетящий ЛА не обнаруживается доплеровской РЛС самолета ДРЛО из-за близости радиальных составляющих скоростей ЛА и подстилающей поверхности, если вектор скорости ЛА (в земной системе координат) находится в так называемом секторе невидимых направлений движения (СННД). Расположение СННД относительно самолета ДРЛО и схема скрытного движения ЛА показаны на рис. 1. Вершина СННД (точка пересечения двух прямолинейных границ сектора) находится в месте текущего положения ЛА (точка S на рис. 1). Биссектриса (ось симметрии) SF сектора невидимых направлений движения перпендикулярна линии визирования OS «самолет ДРЛО — ВО». Угловой размер сектора невидимых направлений движения равен $2 \cdot \alpha = 2 \cdot \arcsin \frac{v_{\min}}{v}$, где v — скорость полета; v_{\min} — минимальная скорость полета летательных аппаратов, при которой они могут быть обнаружены доплеровской РЛС самолета ДРЛО. Более подробно особенности зоны обнаружения доплеровской РЛС рассмотрены в [10].

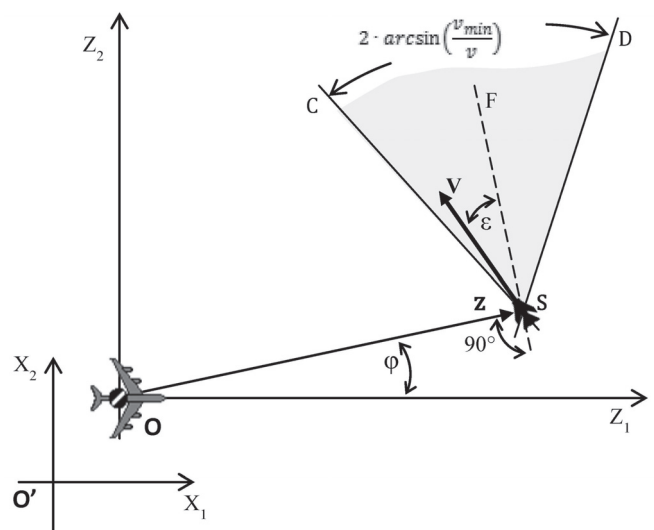


Рис. 1. Схема расположения сектора невидимых направлений движения

Для описания движения самолета ДРЛО и скрытного движения ЛА используются две системы координат: во-первых, подвижная система координат Z_1OZ_2 , связанная с самолетом ДРЛО. Предполагается, что самолет ДРЛО движется прямолинейно с постоянной скоростью w . Центр этой системы находится в месте расположения самолета ДРЛО, а координатная ось OZ_1 направлена вдоль вектора скорости самолета ДРЛО; во-вторых, неподвижная система координат $X_1O'X_2$, центр которой может располагаться в произвольной точке, а координатные оси параллельны осям подвижной системы Z_1OZ_2 . Положение ЛА в подвижной системе координат описывается вектором $\mathbf{z} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}$,

а в неподвижной — вектором $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$.

Далее предполагается, что в процессе движения по скрытной траектории вектор скорости ЛА находится в СННД, составляя с его биссектрисой постоянный угол $0 \leq \varepsilon < \alpha$. Положительное значение угла ε отсчитывается от биссектрисы СННД против часовой стрелки, как показано на рис. 1. Иными словами, рассматривается класс скрытных траекторий, по которым ЛА движется с постоянной скоростью v и постоянным пеленгом на самолет ДРЛО.

В описанной ситуации, которую иллюстрирует рис. 1, вектор скорости ЛА, движущегося по скрыт-

ной траектории, имеет следующий вид (на $\frac{\pi}{2}$ повернута биссектриса СННД относительно линии визирования и на угол ε повернут вектор скорости ЛА относительно биссектрисы):

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \cdot \cos\left(\varphi + \varepsilon + \frac{\pi}{2}\right) \\ v \cdot \sin\left(\varphi + \varepsilon + \frac{\pi}{2}\right) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где φ — угол между вектором \mathbf{z} и осью OZ_1 подвижной системы координат, связанной с самолетом ДРЛО.

Для вычисления кривизны скрытных траекторий потребуются дифференциальные уравнения этих траекторией в системе координат, связанной с самолетом ДРЛО.

В описанной ситуации вектор скорости \mathbf{W} самолета ДРЛО в неподвижной системе координат

имеет вид $\mathbf{W} = \begin{pmatrix} w \\ 0 \end{pmatrix}$. Поэтому система дифференци-

альных уравнений, описывающая движение ЛА в подвижной системе координат, будет иметь вид

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{V} - \mathbf{W},$$

где вектор \mathbf{V} определяется выражением (1).

Сделав тригонометрические преобразования и перейдя к полярной системе координат, можно получить представленную в [9] систему уравнений

$$\begin{cases} \dot{\rho} = -v \cdot \sin \varepsilon - w \cdot \cos \varphi; \\ \dot{\varphi} = \frac{1}{\rho}(v \cdot \cos \varepsilon + w \cdot \sin \varphi), \end{cases} \quad (2)$$

которая описывает скрытное движение объекта с постоянным углом ε .

Уравнения (1) и (2) позволяют вычислить кривизну любой скрытной траектории в каждой её точке.

Кривизна скрытной траектории

Кривизна характеризует скорость вращения касательной к траектории ЛА при его движении по этой траектории. Если траектория ЛА в горизонтальной плоскости задается в неподвижной декар-

товой системе координат вектором $\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$, то

кривизна k траектории (плоской кривой) может быть вычислена по формуле [11]

$$k = \frac{\dot{x}_1 \cdot \ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 \cdot \dot{x}_2}{\left(\sqrt{\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2}\right)^3}. \quad (3)$$

Первые производные \dot{x}_1, \dot{x}_2 координат ЛА, движущегося по скрытной траектории, определяются выражением (1). Вторые производные \ddot{x}_1, \ddot{x}_2 получаются дифференцированием обеих частей выражения (1)

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} = v \cdot \dot{\varphi} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\varphi + \varepsilon) \\ \sin(\varphi + \varepsilon) \end{pmatrix}.$$

Подставив производные $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ddot{x}_1, \ddot{x}_2$ в формулу (3) и выполнив необходимые преобразования,

получим следующую формулу для вычисления кривизны скрытной траектории:

$$k = \frac{1}{\rho} \left(\cos \epsilon + \frac{w}{v} \cdot \sin \phi \right). \tag{4}$$

Из этой формулы видно, что значение кривизны в каждой точке скрытной траектории зависит от положения этой точки относительно самолета ДРЛО. Фактически кривизна k задается формулой (4) как функция двух переменных ϕ и ρ , определяющих положение ЛА относительно самолета ДРЛО. Поэтому для вычисления кривизны скрытной траектории в различных её точках целесообразно использовать подвижную систему координат Z_1OZ_2 , связанную с самолетом ДРЛО.

Анализ формулы (4) для вычисления кривизны показывает следующее. Скрытные траектории в зависимости от значений скоростей w , v и угла ϵ могут иметь как положительную, так и отрицательную кривизну. Знак кривизны определяется выражением в скобках в формуле (4) и совпадает со знаком производной $\dot{\phi}$ (см. второе уравнение в си-

стеме (2)). При $\frac{v}{w} \cos \epsilon > 1$ числитель выражения (4)

положителен и не превышает 2, в этом случае кривизна скрытных траекторий при фиксированном значении ϕ убывает обратно пропорционально расстоянию между ЛА и самолетом ДРЛО. При

$\frac{v}{w} \cos \epsilon < 1$ существуют скрытные траектории как с

положительной, так и с отрицательной кривизной. Для оценки потребного значения перегрузки для движения ЛА по скрытной траектории знак кривизны безразличен. Важным является лишь абсолютное значение кривизны. При $\frac{v}{w} \cos \epsilon < 1$ и реально

возможных значениях скоростей w , v числитель в (4) по абсолютной величине не превосходит 7. Таким образом, и в этом случае кривизна убывает обратно пропорционально расстоянию между ЛА и самолетом ДРЛО. Кроме того, помимо криволинейных скрытных траекторий с ненулевой кривизной,

при $\frac{v}{w} \cos \epsilon < 1$ существуют прямолинейные скрыт-

ные траектории с нулевой кривизной. Такие прямолинейные скрытные траектории подробно описаны в [12].

Таким образом, вдали от самолета ДРЛО кривизна скрытных траекторий очень мала (практически равна 0). Большие значения кривизны могут наблюдаться на тех участках траекторий, которые проходят вблизи самолета ДРЛО.

Зависимость кривизны от расстояния между ЛА и самолетом ДРЛО и изменение кривизны вдоль скрытной траектории в подвижной системе координат может быть проиллюстрировано на примере псевдоэллиптической скрытной траектории. Такая траектория, которая в подвижной системе координат Z_1OZ_2 начинается в точке (0,-100) и соответствует скорости самолета ДРЛО $w = 600$ км/ч, скорости ЛА $v = 900$ км/ч и углу $\epsilon = 5^\circ$, показана пунктиром на рис. 2. На этом рисунке использована система координат, которая выполняет двойную роль. Когда рассматривается движение ЛА относительно самолета ДРЛО (спиральная пунктирная линия), то эта система координат играет роль подвижной системы координат, связанной с самолетом ДРЛО. Если рассматривается абсолютное движение ЛА (сплошная линия), то эту систему координат следует считать неподвижной земной системой координат, центр которой совпадает с начальным положением самолета ДРЛО, а ось Ox_1 совпадает с прямолинейной траекторией движения самолета ДРЛО с постоянной скоростью w .

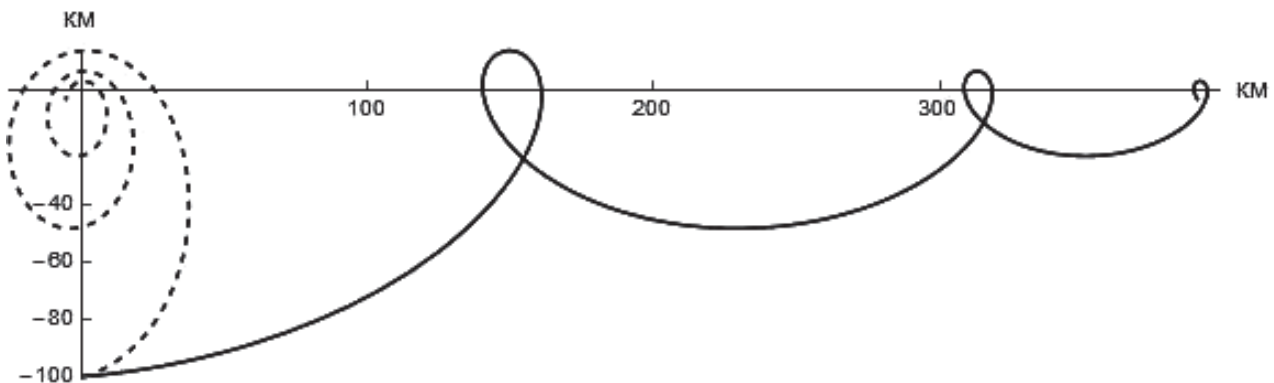


Рис. 2. Вариант скрытной траектории в подвижной и земной системах координат

Рис. 2 показывает, что, двигаясь по спиральной скрытной траектории, ЛА виток за витком приближается к самолету ДРЛО (центру системы координат). Изменение кривизны и расстояния между ЛА и самолетом ДРЛО в процессе движения ЛА по рассматриваемой скрытной траектории показано на рис. 3. Из этого рисунка видно, что чем ближе к центру системы координат совершается полет, тем больше кривизна скрытной траектории. Локальные максимумы значений кривизны на каждом витке скрытной траектории соответствуют минимумам расстояния между ЛА и самолетом ДРЛО.

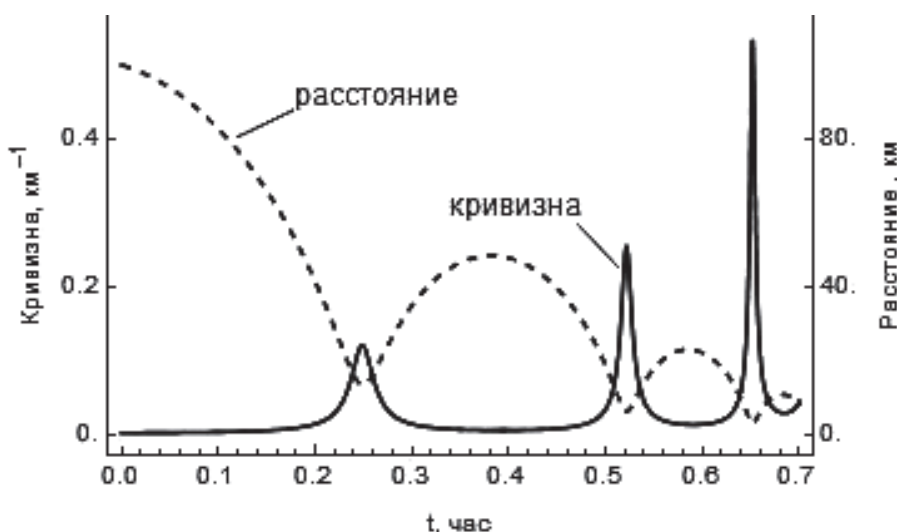


Рис. 3. Изменение кривизны скрытной траектории

Из-за ограниченных маневренных характеристик ЛА движение по участкам скрытных траекторий с большой кривизной может оказаться невозможным. Связь кривизны с маневренными характеристиками ЛА удобно описать с использованием радиуса кривизны $R = 1/k$, т. е. величины, обратной кривизне. Если кривизна скрытной траектории в некоторой точке равна k , то $R = 1/k$ является радиусом той окружности, которая соприкасается с траекторией в данной точке (наиболее близка к траектории в окрестности данной точки). Движение ЛА по криволинейной скрытной траектории в каждый момент времени можно представлять себе как движение по соприкасающейся с траекторией окружности с изменяющимся радиусом $R = 1/k$. При этом естественно рассматривать движение по окружности как правильный установившийся вираж [13]. Известно [13], что для параметров правильного виража самолета справедливо следующее соотношение:

$$R = \frac{v^2}{g\sqrt{n_y^2 - 1}}, \tag{5}$$

где n_y — нормальная перегрузка; g — ускорение свободного падения тела.

По ряду причин, связанных с безопасностью полета и техническими характеристиками ЛА, нормальная перегрузка n_y не должна превышать максимальной эксплуатационной перегрузки $n_{y \max}$. Считается, что для транспортных, тяжелых гражданских самолетов и бомбардировщиков может быть $n_{y \max} = 2$, для маневренных истребителей и спортивных самолетов $n_{y \max} = 8$.

Из (5) следует, что превышение ограничения по перегрузке может быть записано в виде неравенства

$$n_y = \sqrt{1 + (k \cdot v^2 / g)^2} \geq n_{y \max}. \text{ Разрешив это неравенство относительно кривизны скрытной траектории } k \text{ и используя формулу (4), получим}$$

$$|k| = \frac{1}{\rho} \cdot |\cos \varepsilon + \frac{w}{v} \cdot \sin \varphi| \geq \frac{g\sqrt{n_{y \max}^2 - 1}}{v^2}. \tag{6}$$

Это неравенство относительно полярных координат ЛА φ и ρ задает область в системе координат, связанной с самолетом ДРЛО, в которой нормальная перегрузка, необходимая для движения ЛА по скрытной траектории, превосходит максимальную эксплуатационную нормальную перегрузку $n_{y \max}$.

Две такие области для $n_{y \max} = 2$, $n_{y \max} = 8$ и $w = 600$ км/ч, $v = 900$ км/ч, $\varepsilon = 5^\circ$ показаны на рис. 4. Все траектории имеют в данном случае положительную кривизну. Следует напомнить, что в

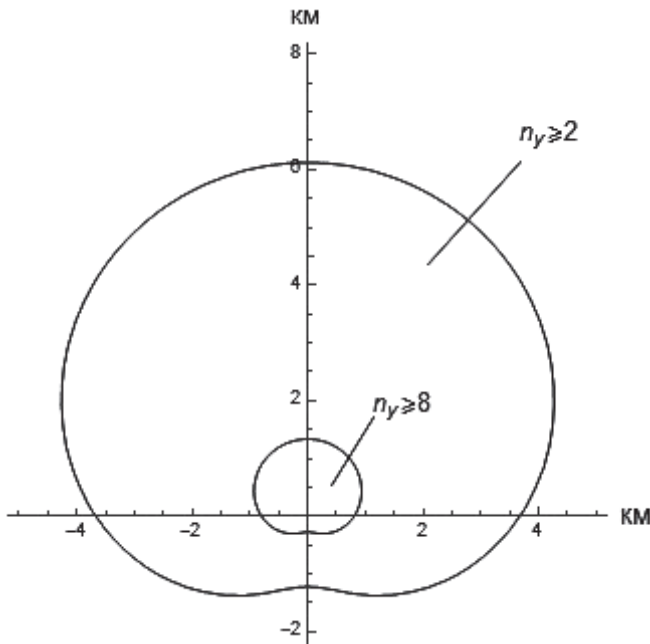


Рис. 4. Области движения по скрытым траекториям с большими нормальными перегрузками при $\frac{v}{w} \cos \epsilon > 1$

центре системы координат находится самолёт ДРЛО, вектор скорости которого направлен вдоль горизонтальной оси. Внутренний контур ограничивает область, в которой движение по скрытой траектории возможно только с нормальной перегрузкой, превышающей 8. Для скрытого движения в области, ограниченной внешним контуром, нормальная перегрузка должна быть больше 2.

Как было сказано ранее, при $\frac{v}{w} \cos \epsilon < 1$ среди скрытых траекторий имеются траектории как с положительной, так и с отрицательной кривизной, а также две прямолинейные траектории с нулевой кривизной. Причем знак кривизны остается постоянным вдоль всей траектории. Это следует из формулы (4) для кривизны. Такая ситуация справедлива, например, для гиперболических ортогональных траекторий [9], которые характеризуются тем, что $w > v$, $\epsilon = 0$.

На рис. 5 для случая, когда имеются скрытые траектории с положительной, отрицательной и нулевой кривизной ($w = 700$ км/ч, $v = 500$ км/ч, $\epsilon = 0^\circ$), показана область, в которой необходимая для движения ЛА по скрытой траектории нормальная перегрузка превышает $n_{y \max} = 2$. Для

$n_{y \max} = 8$ аналогичная область имеет подобный вид, но существенно меньшие размеры и на рис. 5 не изображена.

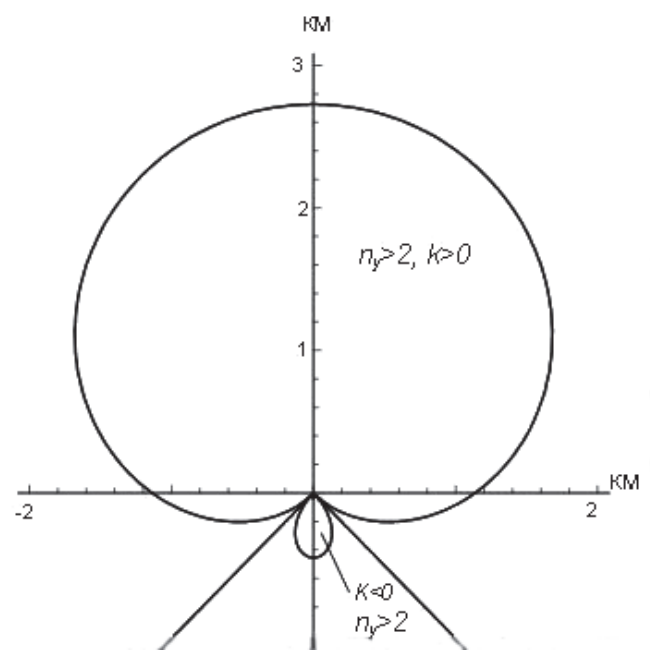


Рис. 5. Области движения по скрытым траекториям с большими нормальными перегрузками при $\frac{v}{w} \cos \epsilon < 1$

Эта область состоит из двух частей. Эти части примыкают к началу координат и разделяются двумя прямолинейными скрытыми траекториями, которые заканчиваются в начале координат и описываются в полярной системе координат уравнениями $\varphi = -\arcsin \frac{v}{w}$ и $\varphi = \pi + \arcsin \frac{v}{w}$.

Из двух последних рисунков видно, что в рассмотренных случаях движение по скрытым траекториям невозможно из-за ограниченной маневренности ЛА только в непосредственной близости (не далее 7 км) от самолета ДРЛО.

Размер области интенсивного маневрирования (с перегрузкой $n_y > n_{y \max}$) для движения по скрытой траектории в общем случае (для известных значений w , v , $n_{y \max}$) можно оценить, используя неравенство

$$r_{\max} \leq \frac{v \cdot (v \cdot \cos \epsilon + w \cdot \sin \varphi)}{g \sqrt{n_{y \max}^2 - 1}} \leq \frac{v \cdot (v + w)}{g \sqrt{n_{y \max}^2 - 1}}$$

для радиуса r_{\max} круга, в котором располагается данная область. Это неравенство получается из неравенства (6) решением его относительно r .

Выводы

Выполнено исследование кривизны траекторий скрытого движения ЛА в зоне обнаружения РЛС

самолета ДРЛО для оценки возможности полета по таким траекториям с учетом маневренных характеристик ЛА. Рассматривался класс траекторий с постоянным пеленгом на самолет ДРЛО. Важность исследования таких траекторий заключается в том, что из фрагментов траекторий данного класса формируются более сложные (в том числе и оптимальные по различным критериям) скрытные траектории. В результате исследований получена формула для вычисления кривизны любой скрытной траектории в любой её точке. Полученная формула позволила определить форму и размер области, где движение по скрытной траектории невозможно из-за того, что требуемая нормальная перегрузка превышает максимальную эксплуатационную перегрузку ЛА. Установлено, что для возможных значений параметров движения ЛА и самолета ДРЛО эта область располагается в круге, радиус которого не превышает 10 км, а центр совпадает с положением самолета ДРЛО. Данная область составляет незначительную часть зоны обнаружения РЛС самолетов ДРЛО, а ограничения на нормальную перегрузку ЛА не являются препятствием для движения ЛА скрытными траекториями в зоне обнаружения доплеровской РЛС.

Библиографический список

1. *Liu Hongfu, Chen Jing, Shen Lincheng, Chen Shaofei.* Low observability trajectory planning for stealth aircraft to evade radars tracking // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering. 2014. Vol. 228. Issue 3, pp. 398-410.
2. *Inanc Tamer, Muezzinoglu Mehmet K., Misovec Kathleen, and Murray Richard M.* Framework for Low-Observable Trajectory Generation in Presence of Multiple Radars // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2008. Vol. 31. No. 6, pp. 1740-1749.
3. *Lin Guo, Zhou Yun, Lingxiao Wang.* An Effective Path Planning Method for Low Detectable Aircraft // Computer Simulation. 2009. Vol. 2. No. 26, pp. 89-92.
4. *Ding Xiaodong, Liu Yi, Li Weimin.* Based on dynamic RCS of Real-time flight path planning method // Systems Engineering and Electronics. 2008. Vol. 5. No. 30, pp. 868-871.
5. *Грумондз В.Т., Полищук М.А.* Задача наведения беспилотного планирующего летательного аппарата на подвижную цель // Вестник Московского авиационного института. 2014. Т.21. №4. С. 7-12.
6. *Верба В.С.* Авиационные комплексы радиолокационного дозора и наведения. Принципы построения, проблемы разработки и особенности функционирования. — М.: Радиотехника, 2014. — 528 с.
7. *Long Maurice W.* Airborne Early Radar Warning System Concepts. — SciTech, 2004. — 519 p.
8. *Wang L.-X., Zhou D.-Y., Zheng R.* A stealthy path planning method for aircraft by constant azimuth // Proceedings of the International Conference on Parallel and Distributed Computing Applications and Technologies (PDCAT). 2010, pp. 497-503.
9. *Кирсанов А.П.* Траектории скрытного движения воздушного объекта в зоне обнаружения бортовой доплеровской радиолокационной станции // Автоматика и телемеханика. 2014. № 9. С. 144-155.
10. *Гандурин В., Кирсанов А.П.* Особенности зоны обнаружения низколетящих воздушных объектов доплеровской радиолокационной станции // Радиотехника. 2007. № 10. С. 42-46.
11. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления. — М.: Физматлит, 2006. Т. 1. — 607 с.
12. *Кирсанов А.П., Ямпольский С.М.* Прямолинейные траектории скрытного движения воздушного объекта в зоне обнаружения бортовой доплеровской радиолокационной станции // Труды МАИ. 2015. № 84. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=63124>
13. *Остославский И.В., Стражева И.В.* Динамика полета. Траектории летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1969. — 502 с.

KINEMATIC PROPERTIES OF AIRCRAFT CONCEALED MOTION TRAJECTORY IN DETECTION ZONE OF THE ONBOARD DOPPLER RADAR

Kirsanov A.P.

*National Research University Higher School of Economics,
20, Myasnitskaya str., Moscow, 101000, Russia
e-mail: ki@hse.ru*

Abstract

Onboard radars operating in pulse Doppler mode possess characteristic feature in the detection zone. This feature lies in the fact that at each point of the detection zone the aircraft has the sector of directions. Moving

along these directions it, cannot be detected by the onboard Doppler radar. This sector is named as the sector of an aircraft concealed motion directions. Due to these features there are concealed trajectories, moving along which the aircraft becomes undetectable by the

onboard Doppler radar, such as an aircraft airborne early warning radar (AEWR). Most of these concealed trajectories are curvilinear with variable curvature. The article is devoted to the study of the aircraft concealed movement trajectories curvature in the onboard Doppler radar detection zone. The study of the aircraft concealed movement trajectory curvature in the AEWR detection zone was carried out to evaluate the possibilities of flying over such trajectories with account for and aircraft maneuvering characteristics. The results of the study led to obtaining the equation for calculation the curvature of any concealed trajectory in any of its points. The equation allowing determine the shape and size of a region in which the movement over the concealed trajectory is impossible due to the fact that normal overload exceeds maximum aircraft operating overload. It was established that for the valid parameters of an aircraft movement and AEWR aircraft this region is located within the circle with radius not exceeding 10 km with its center coinciding the location of the AEWR aircraft. The region, where aircraft high manoeuvrability is required, presents utterly small portion of the detection zone of AEWR aircraft. Thus, the aircraft concealed movement is possible over concealed trajectory practically in the entire detection zone.

Keywords: onboard Doppler radar detection zone, concealed trajectory, planar trajectory curvature.

References

1. Liu Hongfu, Chen Jing, Shen Lincheng, Chen Shaofei. Low observability trajectory planning for stealth aircraft to evade radars tracking. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2014, vol. 228, issue 3, pp. 398-410.
2. Inanc Tamer, Muezzinoglu Mehmet K., Misovec Kathleen, and Murray Richard M. Framework for Low-Observable Trajectory Generation in Presence of Multiple Radars. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, vol. 31, no. 6, pp. 1740-1749.
3. Lin Guo, Zhou Yun, Lingxiao Wang. An Effective Path Planning Method for Low Detectable Aircraft. *Computer Simulation*, 2009, vol. 2, no. 26, pp. 89-92.
4. Ding Xiaodong, Liu Yi, Li Weimin. Based on dynamic RCS of Real-time flight path planning method. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, vol. 5, no. 30, pp. 868-871.
5. Grumondz V.T., Polishchuk M.A. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2014, vol. 21, no. 4, pp. 7-12.
6. Verba V.S. *Aviatsionnye komplekсы radiolokatsionnogo dozora i navedeniya. Printsipy postroeniya, problemy razrabotki i osobennosti funktsionirovaniya* (Aviation complexes of radar surveillance and guidance. Design principles, development problems and functioning specifics), Moscow, Radiotekhnika, 2014, 528 p.
7. Long Maurice W. *Airborne Early Radar Warning System Concepts*. SciTech, 2004, 519 p.
8. Wang L.-X., Zhou D.-Y., Zheng R. A stealthy path planning method for aircraft by constant azimuth. *Proceedings of the International Conference on Parallel and Distributed Computing Applications and Technologies (PDCAT)*. 2010, pp. 497-503.
9. Kirsanov A.P. *Avtomatika i telemekhanika*, 2014, no. 9, pp. 144-155.
10. Gandurin V.B., Kirsanov A.P. *Radiotekhnika*, 2007, no. 10, pp. 42-46.
11. Fikhtengol'ts G.M. *Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya* (Course of differential and integral calculus), Moscow, Fizmatlit, 2006, vol. 1, 607 p.
12. Kirsanov A.P., Yampol'skii S.M. *Trudy MAI*, 2015, no. 84, available at: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=63124>
13. Ostoslavskii I.V., Strazheva I.V. *Dinamika poleta. Traektorii letatel'nykh apparatov* (Flight dynamics. Aircraft trajectories), Moscow, Mashinostroenie, 1969, 502 p.