

РАСЧЕТ ПОЛЯ ТЕЧЕНИЯ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ МАГНИТОЖИДКОСТНОГО УПЛОТНЕНИЯ ВАЛА С ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ СТЕНКОЙ

Марчуков Е.Ю.* , Поляков К.С., Кулалаев В.В.** , Петриенко В.Г.***

Опытно-конструкторское бюро им. А. Люльки — филиал ОДК-Уфимского моторостроительного производственного объединения,

ул. Касаткина, 13, Москва, 129301, Россия

** e-mail: Evgeny.Marchukov@okb.umpo.ru*

*** e-mail: kulalayev.viktor@gmail.com*

**** e-mail: viktor.petrienko@okb.umpo.ru*

Поставлена краевая задача и приведен алгоритм расчета поля течения вязкой магнитной жидкости в кольцевом канале с подвижными стенками магнитождкостного уплотнения структурным методом с точным выполнением граничных и начальных условий. Показано, что применение математического аппарата решения краевых задач структурным методом позволяет полностью рассчитать параметры течения магнитной жидкости: тепловые потоки, коэффициенты трения, теплоотдачи и распределение этих параметров по радиальному зазору кольцевого канала с выявлением зон возможных возвратных течений. Результаты работы могут быть полезны при создании и расчёте магнитождкостных уплотнений высокоскоростных валов конструкций и узлов различного промышленного назначения.

Ключевые слова: магнитождкостное уплотнение, ограниченный цилиндрический кольцевой канал, закрученное течение, функция склеивания, краевая задача.

Цели и задачи исследования

Повышение надежности авиационной и космической техники относится к числу наиболее важных и актуальных задач на современном этапе развития науки и техники. Решение данной задачи тесно связано с увеличением надежности узлов конструкции авиационно-космической техники, где требуется полное обеспечение герметичности между валами вращения и газоздушными или жидкостными полостями, например вращающегося ротора компрессора газотурбинного двигателя и узла подачи смазывающей жидкости в подшипниках подвеса вала. Полная герметизация подвижных поверхностей требуется при создании робототехники для освоения ближнего и дальнего космоса. Данная научная и техническая задача может быть успешно решена за счёт применения магнитождкостного уплотнения [1].

Магнитождкостное уплотнение (МЖУ) относится к бесконтактным щелевым уплотнениям, работающим по принципу гидравлического затвора, в котором магнитная жидкость (МЖ) удерживается магнитным полем в рабочих зазорах между сопря-

гаемыми деталями [1, 5]. При создании МЖУ типа [2, 3] в качестве концентраторов магнитного поля вместо зубцов используются кольцевые пакеты магнитопроводящих щеток, между щетинками которых и поверхностью вала находится магнитная жидкость. В таком уплотнении трение между сопрягаемыми деталями минимально. При этом в случае возникновения больших биений вала не возникает заклинивания, так как магнитная жидкость и пружинистые проволочки уплотнения будут демпфировать ударные воздействия вала. Для снижения температуры внутри уплотнения используется термоэлектрическая система охлаждения. Подробное описание рабочего процесса данного типа МЖУ приведено в [2, 3], конструктивная схема представлена на рис. 1.

Одной из важнейших научных и технических проблем при создании перспективных МЖУ является организация *принудительной циркуляции и охлаждения МЖ* для обеспечения работоспособности при высоких оборотах ротора. Поиск решения указанной проблемы формирует *цель данной работы*: постановка краевой задачи и разработка алгоритма

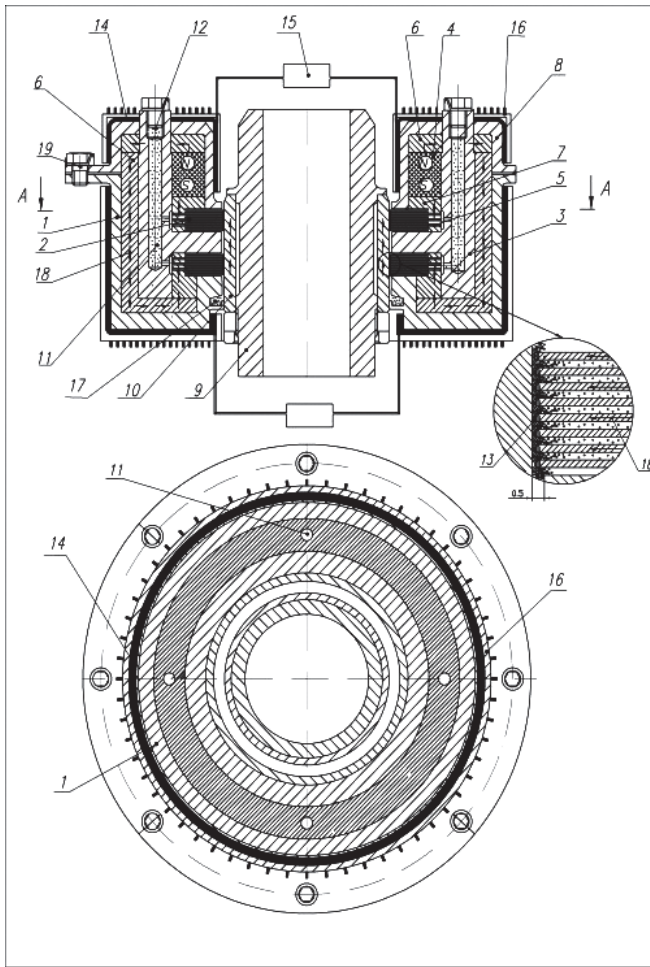


Рис. 1. Магнитожидкостное уплотнение вала со щётчным элементом [2, 3]

расчёта поля течения с определением гидравлических и тепловых параметров магнитной жидкости в кольцевом канале МЖУ с подвижной высокоско-

ростной стенкой. В основу разработанного алгоритма решения краевой задачи гидродинамики и тепломассообмена положен структурный метод [4], который заключается в выявлении и описании структуры поля течения вязкой МЖ и выяснении внутренних, присущих невременных свойств вязкого потока на границах кольцевого канала. В этом случае определяется не только набор изолированных гидродинамических и тепловых фактов, но и выявляется соотношение между ними. В итоге строится алгоритмическая система взаимосвязей между параметрами, характеризующими течение при точном выполнении граничных и начальных, т.е. краевых условий.

Составление алгоритма решения краевой задачи гидродинамики и теплообмена

Рассмотрим стационарное ламинарное течение с учетом тепломассообмена вязкой МЖ в магнитном поле в ограниченном цилиндрическом канале, образованном внешней невращающейся монолитной щёточной стенкой с волосками диаметром 0.2—0.3 мм, расстояниями между ними 0.5—0.6 мм и внешней поверхностью вращающегося вала (подробное описание устройства можно найти в [2, 3]). Неподвижная стенка МЖУ, образованная монолитной щеткой, смоченной МЖ, считается гладкой. Вязкое «прилипание» пограничного слоя приводит к скорости потока жидкости на стенке, равной нулю. Отметим, что при этом разработанный алгоритм расчетов поля течения остаётся одинаковым при подвижной внешней стенке или внутренней согласно принятой конструкции МЖУ. Расчётная схема представлена на рис. 2, где U, W, V — осе-

— В.Савруш/Карасл

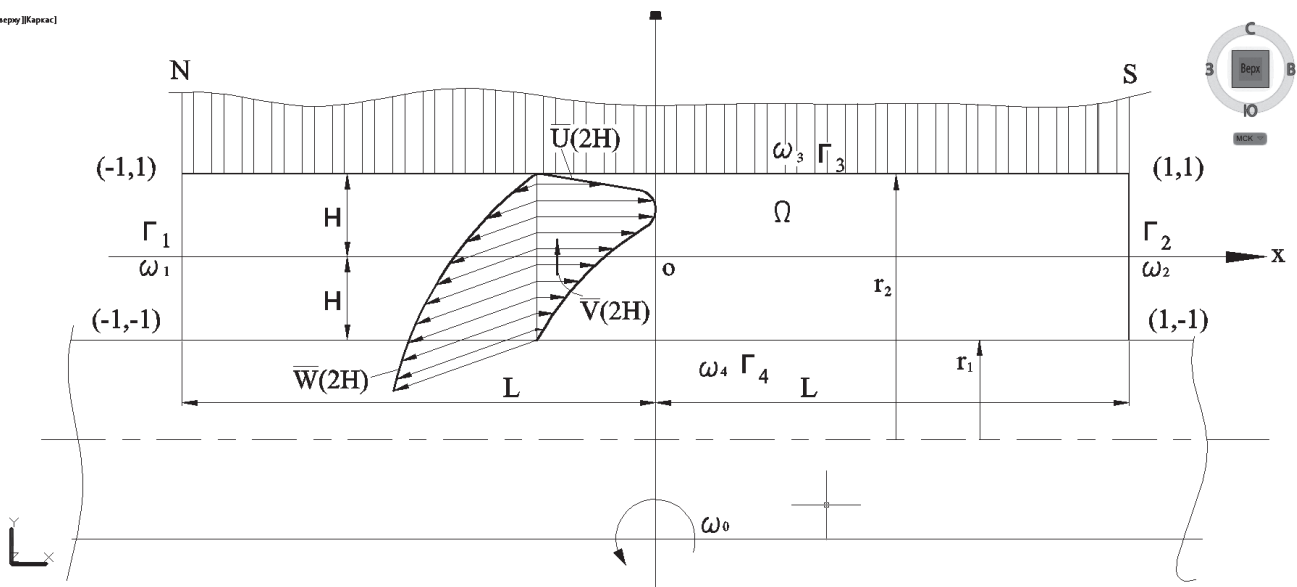


Рис. 2. Расчётная схема математической модели течения вязкой МЖ в ограниченном кольцевом канале с подвижной, например внутренней, стенкой

вая, вращательная и радиальная составляющие потока; r_i — радиус (r_1 — радиус вала, вращающегося с угловой скоростью ω_0 и ограниченного прямоугольным продольным сечением цилиндрического кольцевого канала; r_2 — радиус внешней, невращающейся поверхности, образованной монолитной щёточной стенкой МЖУ [2]); p и T — давление и температура МЖ в кольцевом зазоре; ρ — плотность МЖ; c_p — теплоёмкость МЖ; x, y — координаты; ω_i — граничная функция; Z_i — определяемый массив управляющих коэффициентов; $\bar{d}_2 = \frac{r_2}{r_1}$

— безразмерный кольцевой параметр; $\bar{x} = \frac{x}{2L}$ — безразмерная длина кольцевого канала ($2L$ — заданная длина канала); $Re = U_{cp} \cdot 2H \cdot \nu^{-1}$ — число Рейнольдса; ν — коэффициент динамической вязкости; $2H = r_2 - r_1$ — кольцевой зазор; 1, 2 — индексы, относящиеся к наружной неподвижной стенке и вращающейся внутренней стенке кольцевого канала соответственно.

Постановка задачи

Рассматривается стационарное ограниченное закрученное течение вязкой МЖ в кольцевом канале МЖУ, образованном неподвижной монолитной щёточной стенкой МЖУ [2, 3] и подвижной (внутренней) стенкой вала, где ограниченность определена граничными условиями входа и выхода МЖ. В приближении математической модели допустим, что внешние магнитные силы постоянны, движение вязкое и вращательно-симметричное

($\frac{\partial \dots}{\partial \theta} \approx 0$), молекулярные коэффициенты переноса постоянны, радиальная составляющая мала ($V \ll U, W$) по сравнению с вращательной и осевой составляющими скорости закрученного потока, при этом малость радиальной составляющей скорости потока объясняется многочисленными исследованиями, представленными, например, в [1, 4, 5]. Кроме того, вращающая и радиальная составляющие скорости в данных условиях имеют линейное изменение по кольцевому каналу согласно исследованиям МЖУ, представленным в [1].

Система уравнений, описывающая вязкое закрученное течение в ограниченном цилиндрическом кольцевом канале МЖУ [2, 3], представленное в [8—22], в данной постановке представляется моди-

фицированной системой [4], приведенной к следующему виду:

— уравнения движения

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v_e \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{W}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r};$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (rUW) = \frac{\partial}{\partial x} \left[v_e \frac{\partial (rW)}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial (rW)}{\partial r} \cdot rW \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (v_e rW);$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(v_e \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{1}{2r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r v_e \frac{\partial U}{\partial r} \right) - \frac{1}{2r} \frac{\partial P}{\partial x};$$

— уравнение сохранения энергии

$$\rho c_p \left[\frac{\partial}{\partial x} (rUT) \right] = \frac{\partial}{\partial x} (r q_x) + \frac{\partial}{\partial r} (r q_r); \quad (1)$$

— уравнение сохранения массы

$$\frac{1}{r_2 - r_1} \int_{r_1}^{r_2} U(r, x) dr = \text{const.}$$

Здесь $q_r = \lambda_e \frac{\partial T}{\partial r}$; $q_x = \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x}$ — составляющие плотности теплового потока.

При решении системы уравнений (1) применим гипотезу изотропной ламинарной вязкости и теплопроводности: $\nu = \nu_e$, $\lambda = \lambda_e$ согласно [6].

Построение алгоритма решения уравнений (1) становится более удобным, если привести составляющие к безразмерному виду:

$$\bar{p} = p(\rho U_{cp}^2)^{-1}; \quad \bar{T} = T \cdot T_w^{-1}; \quad Re_x = U_{cp} 2L \nu^{-1};$$

$$Re_y = U_{cp} 2H \nu^{-1}; \quad a_T = L \lambda (2H^2 c_p \rho U_{cp})^{-1},$$

где U_{cp} — среднерасходная скорость потока МЖ. (В дальнейшем черту над безразмерными величинами опускаем.)

Далее, согласно принятым допущениям и обозначениям определим *невязки* системы уравнений (1):

$$A_1[W, p] = \frac{\partial p}{\partial y} - \left[\frac{W^2}{r_0 + y} + Re_x^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial U}{\partial y} \right) \right];$$

$$A_2[W, U] = \text{Re}_x^{-1} \frac{\partial}{\partial x} \left[v \frac{\partial(yW)}{\partial x} \right] + \text{Re}_y^{-1} \frac{L}{H(r_0 + y)} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial y} \left[(r_0 + y)v \frac{\partial(yW)}{\partial y} \right] - \frac{\partial}{\partial y} [(r_0 + y)vW] - \\ - \frac{\partial}{\partial x} [(r_0 + y)Uw];$$

$$A_3[U, p] = \text{Re}_x^{-1} \frac{\partial}{\partial x} (v \frac{\partial U}{\partial x}) + \\ + \text{Re}_y^{-1} \frac{L}{H(r_0 + y)} \frac{\partial}{\partial y} \left[(r_0 + y)v \frac{\partial U}{\partial y} \right] - 2U \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x}; \quad (2)$$

$$A_4[U, T] = a_T \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \left(\frac{H}{L} \right)^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] - \\ - T \frac{\partial U}{\partial x} - U \frac{\partial T}{\partial x},$$

где $\bar{r}_0 = (r_1 + r_2)(4H)^{-1}$ — фиксируемый радиус вала МЖУ.

Согласно схеме рис. 2 приведём область расчётов гидродинамических и тепловых параметров функционального поля Ω к виду:

$$(\Omega) \in \left\{ (\bar{x}, \bar{y}) : \omega(\bar{x}, \bar{y}) = \prod_{i=1}^n \omega_i > 0 \right\}, \quad (3)$$

где $\omega_i \geq 0$ при $\bar{x} \in [-1, 1], \bar{y} \in [-1, 1]$; $\omega_i > 0$ при $(\bar{x}, \bar{y}) \in [\Omega]$ и $\omega_i = 0$ при $(\bar{x}, \bar{y}) \in [\partial\Omega]$ ($\partial\Omega$ — граница области $[\Omega]$; $\bar{x} = x(2L)^{-1}$; $\bar{y} = y(2H)^{-1}$; $\bar{r} = \bar{r}_0 + \bar{y}$).

Краевые условия задачи в данной постановке применения структурного метода определяются граничными функциями в виде соотношений:

$$G_1 = \left\{ \begin{array}{l} \bar{U}(-1, \bar{y}) = S_3(\varphi) \\ \bar{P}(-1, \bar{y}) = S_3(\varphi_3) \end{array} \right\}; \quad \bar{W}(-1, \bar{y}) = S_3(\varphi_2); \\ G_2 = \left\{ \begin{array}{l} \bar{U}(1, \bar{y}) = S_3(\varphi_1) \\ \bar{P}(1, \bar{y}) = S_3(\varphi_4) \end{array} \right\}; \quad \bar{T}(-1, \bar{y}) = S_3(\varphi_s); \\ G_3 = \left\{ \begin{array}{l} \bar{U} = \bar{W} = 0 \\ \bar{T} = 1 (T_w = \text{const}) \end{array} \right\}; \quad \bar{W}(1, \bar{y}) = S(\varphi_2); \\ G_4 = \{ \bar{U} = 0; \bar{W} = \bar{W}_0 \}.$$

Входящие в краевые условия (4) граничные функции определяются по массивам эксперимен-

тальных точек, обработанных кубической сплайн-интерполяцией или полученных данных, например, в [4—6]. По данным [1], в узких кольцевых каналах (щелях МЖУ) при $\bar{d}_2 = 1.002 \div 1.003$ изменение радиальной скорости МЖ с условиями «прилипания» на стенках канала может быть представлено соотношением

$$V(y) = \frac{1}{2} V_{\text{max}} \left(1 + \frac{y}{H} \right). \quad (5)$$

Окружная скорость МЖ в заданных условиях работы МЖУ может быть задана соотношением

$$W(y) = (r_1 = r_{\text{вал}}) \omega_{\text{вал}} \left(1 - \frac{y}{2H} \right). \quad (6)$$

Решение задачи построения пучка функций, которые удовлетворяют заданным краевым условиям (4), приводит к получению структуры решения краевой задачи [4, 7]. Для решения краевой задачи введем понятие *склеивающая функция граничных (краевых) условий* в виде

$$\varphi_0(\bar{x}, \bar{y}) = \left(\sum_{i=1}^4 \varphi_i \omega_i \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^4 \omega_i^0 \right)^{-1}, \quad (7)$$

где

$$\omega_1^0 = \omega_2 \omega_3 \omega_4; \quad \omega_2^0 = \omega_1 \omega_3 \omega_4; \quad \omega_3^0 = \omega_1 \omega_2 \omega_4; \quad \omega_4^0 = \omega_1 \omega_2 \omega_3.$$

Тогда для искомым газодинамических и тепловых параметров закрученного в ограниченном цилиндрическом кольцевом канале с подвижной внутренней стенкой течения МЖ во введенном функциональном поле склеивание (4) граничных условий определяется следующими соотношениями:

— для скоростей потока вязкой жидкости:

$$\varphi_u(\bar{x}, \bar{y}) = [S_3(\varphi_1) \omega_1^0 + S_3(\varphi_1) \omega_2^0] \omega_0^{-1};$$

$$\varphi_w(\bar{x}, \bar{y}) = [S_3(\varphi_2) \omega_1^0 + S_3(\varphi_2) \omega_2^0] \omega_0^{-1},$$

где $\omega_0 = \sum_{i=1}^4 \omega_i^0$;

— для температуры МЖ в кольцевом канале

$$\varphi_T(\bar{x}, \bar{y}) = [S(\varphi_3) \omega_3 + \omega_1] (\omega_1 + \omega_3)^{-1}; \quad (8)$$

— для давления

$$\varphi_p(\bar{x}, \bar{y}) = [S(\varphi_3) \omega_2 + S(\varphi_4) \omega_1] (\omega_1 + \omega_2)^{-1}.$$

Анализ соотношений (4)—(8) показывает, что расчёт полей скоростей \bar{U} и \bar{W} в условиях закрутки в кольцевом канале МЖУ вязкой МЖ приводит к лучшему результату при функциях склеивания граничных условий вида:

$$\begin{aligned} \varphi_u(\bar{x}, \bar{y}) &= \left\{ \omega_1^0 [S_3(\varphi_1) + \omega_1 S_3(\varphi_1)] + \right. \\ &\quad \left. + \omega_2^0 [S_3(\varphi_1) + \omega_2 S_3(\varphi_1)] \right\} \omega_0^{-1}; \\ \varphi_w(\bar{x}, \bar{y}) &= \left\{ \omega_1^0 [S_3(\varphi_2) + \omega_1 S_3(\varphi_2)] + \right. \\ &\quad \left. + \omega_2^0 [S_3(\varphi_2) + \omega_2 S_3(\varphi_2)] \right\} \omega_0^{-1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, структура решения краевой задачи (1) сводится к математической модели вида

$$U = \nabla B(\Phi) + \varphi_0, \quad (10)$$

где ∇B — оператор, зависящий от геометрической формы области $[\Omega]$ и её границы $\partial\Omega$; Φ — неопределенная компонента, определяемая в ходе решения краевой задачи; φ_0 — полученная функция склеивания граничных (краевых) условий (7).

Далее, компоненту Φ из формулы (10) введём в виде спектрального степенного полинома

$$\Phi = \{f_k(\bar{x}, \bar{y})\}_k^n, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \{f_k(\bar{x}, \bar{y})\}_k^n &= \{1, \bar{x}, \bar{y}, \bar{x}\bar{y}, \bar{x}^2, \bar{y}^2, \\ &\quad \bar{y}^3, \bar{x}^3, \bar{y}^2\bar{x}, \bar{y}\bar{x}^2, \bar{x}^4, \bar{y}^4, \bar{x}\bar{y}^3, \bar{x}^3\bar{y}^2, \bar{x}^5 \dots\}. \end{aligned}$$

В дальнейших выкладках для упрощения записей алгоритма решения рассматриваемой краевой задачи черту над x и y опустим. Тогда структура решения рассматриваемой краевой задачи будет являться *полной* [3, 6] и приводится к соотношениям:

$$\begin{aligned} U(x, y, a_i) &= \varphi_u(x, y) + \omega \sum_{i=1}^{n_1} a_k f_k(x, y); \\ W(x, y, b_i) &= \varphi_w(x, y) + \omega \sum_{i=1}^{n_2} b_k f_k(x, y); \\ p(x, y, c_i) &= \varphi_p(x, y) + \omega_p \sum_{i=1}^{n_3} c_k f_k(x, y); \\ T(x, y, d_i) &= \varphi_T(x, y) + \omega_T \sum_{i=1}^{n_4} d_k f_k(x, y), \end{aligned} \quad (12)$$

где $\omega_p = \omega_1 \omega_2$; $\omega_T = \omega_1 \omega_3$; a_k, b_k, c_k, d_k — определяемые управляющие коэффициенты.

Поставленную краевую задачу решаем прямым методом наименьших квадратов, что приводит к процессу минимизации суммы средних квадратичных невязок (2) с некоторыми весовыми коэффициентами P_i . В этом случае задача сводится к приданию стационарного значения функционалу

$$J(x, y) = \int_{[\Omega]} \left(\sum_{i=4}^4 P_i A_i^2 \right) dx dy, \quad (13)$$

где A_i — i -я невязка системы уравнений (1); P_i — весовой коэффициент i -й невязки.

В силу выпуклости функционала (13) обеспечивается полная определенность матрицы Гессе и возможность построения релаксационной последовательности в конечном функциональном пространстве с заданной $[N]$ -мерной метрикой [6]:

$$Z^{(k+1)} = Z^{(k)} - \lambda_* H^{-1}(Z^{(k)}) \text{grad}[J(Z^{(k)})], \quad (14)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$;

$H^{-1}(Z^{(k)})$ — обращенная матрица Гессе;

$Z \in \mathfrak{R}^N$; $N = n_1 + n_2 + n_3 + n_4$;

$Z = Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, \dots, Z_N$.

Таким образом, поставленная краевая задача закрученного движения МЖ в кольцевом канале МЖУ с подвижной стенкой (поверхность вала) [4—6] сводится к нахождению стационарного значения функционала (13), т.е. к конечной задаче оптимизации, решение которой требует использования квазиньютоновского метода с переменной метрикой и применения алгоритма Дэвидона — Флетчера — Пауэлла [7]. При этом определяется матрица $[\eta(Z^{(k)})]$, которая аппроксимирует матрицу Гессе без вычисления вторых частных производных, и в пределах ограниченного числа k шагов требуется выполнение условия

$$[\eta(Z^{(k)})] = H^{-1}(Z^{(k)}). \quad (15)$$

Вопросы сходимости решения по структурному методу рассматриваемой краевой задачи находятся вне научных интересов данного исследования. Тем не менее отметим следующее: проведенные расчеты задачи в [4] показали абсолютную сходимость решения при выполнении условия

$$\frac{J(Z^{(k+1)}) - J(Z^{(k)})}{J(Z^{(k+1)})} < \varepsilon, \quad (16)$$

где ε — заданная малая величина точности получения результатов решения.

Точность результатов решения поставленной краевой задачи считается достигнутой при постоянстве с заданной погрешностью интеграла, выражающего уравнение сохранения массы в системе (1) в любом сечении по длине ($2L$, см. рис. 2). Постоянство указанного интеграла обеспечивается вычислением весовых коэффициентов по зависимостям:

$$\begin{aligned} P_1 &= \alpha_1 \left(\int_{[\Omega]} A_1^2 [\varphi_w, \varphi_p] dx dy \right)^\alpha; \\ P_2 &= \beta_1 \left(\int_{[\Omega]} A_2^2 [\varphi_w, \varphi_p] dx dy \right)^\beta; \\ P_3 &= \gamma_1 \left(\int_{[\Omega]} A_3^2 [\varphi_w, \varphi_p] dx dy \right)^\gamma; \\ P_4 &= \delta_1 \left(\int_{[\Omega]} A_4^2 [\varphi_w, \varphi_p] dx dy \right)^\delta, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i$ — постоянные коэффициенты, которые при проведении численного эксперимента тестового расчёта задают так, чтобы \bar{W} и \bar{U} совпали с заданными профилями, полученными теоретически или экспериментально до точности опытных замеров. Полученные значения указанных коэффициентов используются при вариантных расчётах поставленной в исследовании краевой задачи, причем особенно — при выявлении возможных возвратных течений, которые экспериментальным путем практически невозможно наблюдать и исследовать.

Выводы

В работе представлены алгоритм универсального структурного метода решения и постановка краевой задачи течения вязкого закрученного потока МЖ применительно к МЖУ с высокой скоростью вращения вала, который позволяет расчётно-экспериментальным путём оценить термогазодинамические поля параметров: скоростей \bar{W} ; \bar{U} ; \bar{V} с возможными отрывными течениями; давлений \bar{p} и температур \bar{T} в расчётной области $[\Omega]$ с точным выполнением краевых условий на границе $\partial\Omega$, что другими известными методами сделать невозможно или затруднено. Необходимость получения оценок расчётных параметров гидродинамики и теплообмена продиктована тем, что до настоящего времени не созданы высокоскоростные, специально охлаждаемые МЖУ с градиентным протоком МЖ в узких кольцевых каналах. Предложенный в работе структурный расчётно-экспериментальный метод может быть использован в кольцевых каналах лю-

бой пространственной формы. При этом необходимо привлечение положений алгебры, логики, систем обычных функций и непрерывно действующих аргументов R-функций [7] определения параметров термогидравлического поля течения закрученного вязкого течения МЖ в высокоскоростных МЖУ.

Библиографический список

1. Орлов Д.В., Михалев Ю.О., Мышкин Н.К. и др. Магнитные жидкости в машиностроении: Монография / Под ред. Д.В. Орлова, В.В. Подгоркова. — М.: Машиностроение, 1993. — 268 с.
2. Петриенко В.Г., Поляков К.С., Таранищенко А.Г., Марчуков Е.Ю. Магнитоожидкостное уплотнение вала. Патент РФ № 2563562. Бюлл. №26, 20.09.2015.
3. Поляков К.С., Петриенко В.Г. Магнитоожидкостное уплотнение вала // IV всероссийская научная конференция «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем»: Сб. научных трудов (сентябрь 2013, Ставрополь). — Ставрополь: ИИЦ «Фабула», 2013. С. 185-192.
4. Кулалаев В.В., Корниенко О.Г., Фурсов А.П. Расчет термодинамического поля течения закрученного потока в ограниченном кольцевом канале структурным методом // Математические методы анализа динамических систем: Темат. сб. науч. тр. — Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1985. Вып. 1. С. 215-224.
5. Родионов А.В., Виноградов А.Н., Белый В.Ф. Особенности работы высокоскоростного магнитоожидкостного уплотнения // IV всероссийская научная конференция «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем»: Сб. научных трудов (сентябрь 2013, Ставрополь). — Ставрополь: ИИЦ «Фабула», 2013. С. 153-157.
6. Госмен А.О., Пан В.М., Ранчел А.К., Сполдинг Д.Б., Вольфштейн М. Численные методы исследования вязкой жидкости / Пер. с англ. — М.: Мир, 1972. — 320 с.
7. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения: Монография. — Киев: Наукова думка, 1982. — 552 с.
8. Антонов Г. Н., Власов О. Г. Системный анализ и безопасность в техногенной сфере // Вестник Московского авиационного института. 2008. Т. 15. № 4. С. 139-144.
9. Пиунов В. Ю., Назаров В. П., Коломенцев А. И. Совершенствование энергетических характеристик кислородно-водородных жидкостных ракетных двигателей разгонных блоков методом оптимизации конструктивных схем // Вестник Московского авиационного института. 2017. Т. 24. № 3. С. 23-33.
10. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие: В 10 т.— М.: Наука, 1986. Т. VI «Гидродинамика». — 736 с.
11. Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. — Новосибирск: Наука: Сиб. отд-ние, 1983. — 319 с.
12. Бай Ши-и. Магнитная газодинамика и динамика плазмы. — М.: Мир, 1964. — 301 с.

13. Ватажин А.Б., Грабовский В.И., Лихтер В.А., Шульгин В.И. Электрогазодинамические течения. — М.: Наука, 1983. — 344 с.
14. Кажихов А.В., Смагулов Ш.С. Корректность и приближенные методы для модели магнитной газовой динамики // Известия АН Казахской ССР. Серия физико-математическая. 1986. № 6. С. 82-84.
15. Смагулов Ш.С., Дурмагамбетов А.А., Искендерова Д.А. Задачи Коши для уравнений магнитной газовой динамики // Дифференциальные уравнения. 1993. Т. 29. № 2. С. 337-348.
16. Файзуллина Н.Т. Корректность краевой задачи электрогазодинамики для модели вязкого теплопроводного газа // Динамика сплошной среды. 1990. № 97. С. 124-145.
17. Искендерова Д.А., Токторбаев А.М. Краевая задача для уравнений магнитной газовой динамики с учётом электромагнитного поля // Инновации в науке: сб. ст. по материалам LIV МНТК. № 2(51). — Новосибирск: СибАК, 2016. С. 22-35.
18. Степанов Г.Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. — М.: Физматгиз, 1962. — 512 с.
19. Costello G.R. Method of designing cascade blades with prescribed velocity distributions in compressible potential flows // NACA Report N978. 1950. 17 p.
20. Goldstein A.W., Jerison M. Isolated and cascade airfoils with prescribed velocity distribution // NACA Report N689. 1947. 21 p.
21. Hansen A.G., Yohner P.L. A numerical procedure for designing cascade blades with prescribed velocity distributions // NACA TN-2101. — Cleveland: Lewis Flight Propulsion laboratory. 1950. 52 p.
22. Korn D. Numerical design of Transonic cascades // Journal of computational physics. 1978. Vol. 29, pp. 20-34.

COMPUTATION OF MAGNETIC LIQUID FLOW IN ANNULAR CHANNEL OF MAGNETIC-FLUID SEAL OF A SHAFT WITH HIGH-SPEED WALL

Marchukov E.Yu.* , Polyakov K.S., KulalaeV V.V.** , Petrienko V.G.***

*A.Lyulka Design Bureau - a branch of the UEC - Ufa Engine Industrial Association,
13, Kasatkina str., Moscow, 129301, Russia*

** e-mail: Evgeny.Marchukov@okb.umpo.ru*

*** e-mail: kulalayev.viktor@gmail.com*

**** e-mail: viktor.petrienko@okb.umpo.ru*

Abstract

Purposes and objectives of the article consist in the following: formulating hydrodynamic boundary problem of computation of magnetic-fluid seal (MFS) parameters, which belong to the group of noncontact slot seals operating as a hydraulic lock. While developing MFS the annular packets of conducting magnetic brushes were used as magnetic field concentrators instead of teeth. A magnetic fluid resides between the bristles of these brushes in a narrow annular channel. Such a seal gives the minimum friction between the interfaced parts. Numerous calculation methods for the abovementioned hydrodynamic boundary problems developed historically almost independently from each other. General principles for creating numerical methods acceptable for all hydrodynamic boundary problems in general were slated. The aggregate of these concepts and methods allows eventually reduce the algorithm for solving complex hydrodynamics boundary problems to algorithms for solving simple problems of standard structure. An integral relations method employed in this work was developed based on conservation laws and eventually reduced to ordinary differential equation solving. At the domain boundary herewith the boundary conditions are specified both at the rigid wall and the

boundaries through which the flow inflows and outflows. Additionally, adhesion conditions are specified. The presented article formulates the new boundary conditions of “tracking-concatenation” of viscous incompressible flow for internal flows in narrow annular channels. It gives mathematical formulation of the boundary problem for viscous incompressible magnetic flow with possible internal backflows, which detection experimentally is impossible. The boundary problem was set and algorithm for computation of viscous magnetic liquid flow field in the annulus with movable walls of the magnetic-fluid seal (MFS) by the structured method with the exact fulfillment of the boundary and initial conditions was presented.

The article shows that application of mathematical apparatus for solving the boundary problems by the structured method allows calculate in total parameters of the magnetic liquid flow: heat flows, coefficients of friction, heat transfer and distribution of these parameters through the radial clearance of annulus, revealing the areas of potential backflows.

The results of this work may be useful while developing and computing new type of magnetic-fluid seals (MFS) for high-speed shafts of structures and units for various industrial purposes.

Keywords: magnetic-fluid sealing, bounded cylindrical annulus, swirling flow, sewing function, matrix, boundary problem.

References

1. Orlov D.V., Mikhalev Yu.O., Myshkin N.K. *Magnitnye zhidkosti v mashinostroenii* (Magnetic liquids in mechanical engineering), Moscow, Mashinostroenie, 1993, 268 p.
2. Petrienko V.G., Polyakov K.S., Taranishchenko A.G., Marchukov E.Yu. *Patent RU № 2563562*, 25.08.2015.
3. Polyakov K.S., Petrienko V.G. *IV Vserossiiskaya nauchnaya konferentsiya "Fiziko-khimicheskie i prikladnye problemy magnitnykh dispersnykh nanosistem"*. *Sbornik nauchnykh trudov* (September 2013, Stavropol). Stavropol, Fabula, 2013, pp. 185-192.
4. Kulalaev V.V., Kornienko O.G., Fursov A.P. *Matematicheskie metody analiza dinamicheskikh sistem. Sbornik statei*. Kharkov, Khar'kovskii aviatsionnyi institut, 1985, issue 1, pp. 215-224.
5. Rodionov A.V., Vinogradov A.N., Belyi V.F. *IV vserossiiskaya nauchnaya konferentsiya "Fiziko-khimicheskie i prikladnye problemy magnitnykh dispersnykh nanosistem"*. *Sbornik statei*. Stavropol', Fabula, 2013, pp. 153-157.
6. Gosman A.D., Pun W.M., Runchal A.K., Spalding D.B., Wolfshtein M. *Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows*, Academic Press, London and New York, 1969.
7. Rvachev V.L. *Teoriya R-funktsii i nekotorye ee prilozheniya* (Theory of R-functions and some of its applications), Kiev, Naukova dumka, 1982, 552 p.
8. Antonov G.N., Vlasov O.G. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2008, vol. 15, no. 4, pp. 139-144.
9. Piunov V.Yu., Nazarov V.P., Kolomentsev A.I. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2017, vol. 24, no. 3, pp. 23-33.
10. Landau L.D., Lifshits E.M. *Teoreticheskaya fizika* (Theoretical physics), Moscow, Nauka, 1986. Vol. VI, 736 p.
11. Antontsev S.N., Kazhikhov A.V., Monakhov V.N. *Kraevye zadachi mekhaniki neodnorodnykh zhidkosti* (Boundary value problems in mechanics of nonhomogeneous fluids), Novosibirsk, Nauka, 1983, 319 p.
12. Pai Shih-I. *Magnetogasdynamics and Plasma Dynamics*. Vienna, Springer-Verlag, 1962, 197 p.
13. Vatazhin A.B., Grabovskii V.I., Likhter V.A., Shul'gin V.I. *Elektrogazodinamicheskie techeniya* (Electrogasdynamic flow), Moscow, Nauka, 1983, 344 p.
14. Kazhikhov A.V., Smagulov Sh.S. *Izvestiya AN Kazakhskoi SSR. Seriya fiziko-matematicheskaya*, 1986, no. 6, pp. 82-84.
15. Smagulov Sh.S., Durmagambetov A.A., Iskenderova D.A. *Differentsial'nye uravneniya*, 1993, vol. 29, no. 2, pp. 337-348.
16. Faizullina N.T. *Dinamika sploshnoi sredy*, 1990, no. 97, pp. 124-145.
17. Iskenderova D.A., Toktorbaev A.M. *Innovatsii v nauke. Sbornik statei*. Novosibirsk, SibAK, 2016, no. 2(51), pp. 22-35.
18. Stepanov G.Yu. *Gidrodinamika reshetok turbomashin* (Grids hydrodynamics of turbomachines), Moscow, Fizmatgiz, 1962, 512 p.
19. Costello G.R. Method of designing cascade blades with prescribed velocity distributions in compressible potential flows. *NACA Report N978*, 1950, 17 p.
20. Goldstein A.W., Jerison M. Isolated and cascade airfoils with prescribed velocity distribution. *NACA Report N689*, 1947, 21 p.
21. Hansen A.G., Yohner P.L. A numerical procedure for designing cascade blades with prescribed velocity distributions. *NACA TN-2101*. Cleveland, Lewis Flight Propulsion laboratory, 1950, 52 p.
22. Korn D. Numerical design of Transonic cascades. *Journal of computational physics*, 1978, vol. 29, pp. 20-34.